

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА МАГНЕТИЗМА

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА:

**«ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ, ЧИСЛЕННОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ
ИССЛЕДОВАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ
ЭЛЕМЕНТОВ МАГНИТНЫХ МЕТАМАТЕРИАЛОВ
В ГИГАГЕРЦОВОМ ДИАПАЗОНЕ»**

Выполнила студентка
419 группы:
Кирюшечкина С.В.

Научный руководитель:
доцент Радковская А.А.

Допущена к защите 25.05.2016
Зав. кафедрой магнетизма
профессор Перов Н.С. _____

Москва
2016

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
ГЛАВА 1. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕМЕНТОВ МАГНИТНЫХ МЕТАМАТЕРИАЛОВ	5
1.1. Особенности взаимодействия в МГц диапазоне	5
1.2. Особенности взаимодействия в ГГц диапазоне	7
1.3. Особенности взаимодействия в ТГц диапазоне	8
1.4. Особенности дисперсии медленных волн взаимодействия в ГГц диапазоне в метаматериалах с электрическим и магнитным взаимодействием	10
ГЛАВА 2. ИССЛЕДОВАНИЕ ДВАЖДЫ РАСЩЕПЛЕННОГО КОЛЬЦЕВОГО РЕЗОНАТОРА	13
2.1. Аналитическая модель для расчета резонансной частоты	13
2.2. Экспериментальное определение резонансной частоты	16
2.3. Методика проведения численного эксперимента	18
2.4. Результаты численного моделирования для одного метаатома	21
ГЛАВА 3. ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДВАЖДЫ РАСЩЕПЛЕННЫХ КОЛЬЦЕВЫХ РЕЗОНАТОРОВ В ГГц ДИАПАЗОНЕ	25
3.1. Метод определения коэффициента полного взаимодействия элементов по расщеплению резонансной кривой	25
3.2. Метод определения коэффициентов электрического и магнитного взаимодействия элементов в ГГц диапазоне	28
3.3. Результаты численного моделирования для двух метаатомов	30
3.4. Результаты экспериментального исследования двух метаатомов	34
ГЛАВА 4. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛИНЕЙНОЙ СТРУКТУРЫ ИЗ ДВАЖДЫ РАСЩЕПЛЕННЫХ КОЛЬЦЕВЫХ РЕЗОНАТОРОВ	36
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	39
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	41
БЛАГОДАРНОСТИ	44
ПРИЛОЖЕНИЕ	45

ВВЕДЕНИЕ

Метаматериалы – это искусственно созданные композитные среды, состоящие из резонансных элементов (метаатомов). Приставка “мета-“ (от греч. «μετα») в дословном переводе означает «вне, выше, за пределами». Выбор такого названия объясняется тем, что в природе практически невозможно найти материалы с такими необычными электромагнитными свойствами, которыми обладают метаматериалы [1]. Например, к таким свойствам относится наличие отрицательного показателя преломления, теоретически предсказанного В.Г.Веселаго во второй половине прошлого столетия [2]. После проведения первых экспериментов, подтвердивших существование отрицательного показателя преломления в 2000 году [3], исследование метаматериалов приобрело большое научное и практическое значение [4]. На данный момент создано множество различных метаматериалов, некоторые из них нашли применение в качестве: усилителей сигнала в медицинской томографии [5]; суперлинз, использование которых позволяет преодолеть дифракционный предел [6]; приборов, осуществляющих беспроводную передачу энергии [7] и многое другое.

В магнитных метаматериалах в качестве метаатомов обычно выступают расщепленные кольцевые резонаторы с впаянной емкостью или без нее. Такие материалы реагируют на магнитное поле электромагнитной волны. Известно, что свойства метаматериалов определяются не только характеристиками индивидуальных резонаторов, но и взаимодействием между ними [8, 9]. В МГц диапазоне это взаимодействие между элементами приводит к возникновению медленных волн, которые еще называют магнитоиндуктивными, чтобы подчеркнуть магнитную природу их возникновения. При уменьшении размеров колец - увеличении резонансной частоты - взаимодействие между элементами метаматериала становится более сложным [10]. Уже в ГГц диапазоне из-за неоднородного распределения зарядов и токов в метаатомах наряду с

магнитным взаимодействием возникает и электрическое взаимодействие между ними.

В настоящее время актуальной задачей является создание метаматериалов в ТГц диапазоне с наноразмерными элементами. Однако в ТГц диапазоне магнитное взаимодействие практически исчезает из-за инерции электронов, в то время как на электрическое взаимодействие рост частоты не оказывает такого сильного влияния [11, 12], поэтому для эффективного использования наноразмерных метаматериалов необходимо подробно исследовать электроиндуктивные волны, их дисперсию и особенности их распространения.

Название электроиндуктивных волн говорит о характерном электрическом взаимодействии между элементами магнитного метаматериала. Подходящей моделью для исследования таких волн является линейная структура из дважды расщепленных кольцевых резонаторов [13]. Однако подробного изучения резонаторов данного типа и их взаимодействия в ТГц диапазоне еще никем не было проведено до настоящего времени.

Поэтому целью данной работы было:

- аналитически, численно и экспериментально исследовать взаимодействие дважды расщепленных кольцевых резонаторов;
- для этого найти распределение зарядов и токов в таких элементах;
- и подтвердить преимущественно электрический характер взаимодействия между ними в ТГц диапазоне.

ГЛАВА 1. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕМЕНТОВ МАГНИТНЫХ МЕТАМАТЕРИАЛОВ

1.1. Особенности взаимодействия в МГц диапазоне

Для создания магнитного метаматериала в МГц диапазоне часто используют расщепленные кольцевые резонаторы с впаянной емкостью (Рис.1а). Геометрические размеры таких метаатомов не превышают 2.5 см, а их возбуждение происходит на частотах, соответствующих длине волны порядка 6 м, что позволяет не учитывать запаздывание и рассматривать в качестве модели для таких элементов эквивалентный LCR -контур (Рис.1б). Основные характеристики - резонансная частота и добротность - могут быть определены как

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad (1)$$

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad (2)$$

где L – индуктивность, C – емкость, R – электрическое сопротивление элемента.

Известно, что свойства метаматериалов определяются не только характеристиками индивидуальных резонаторов, но и взаимодействием между ними [8]. В МГц диапазоне взаимодействие между элементами приводит к возникновению медленных волн, которые еще называют магнитоиндуктивными (МИ), подчеркивая при этом магнитную природу взаимодействия колец с емкостной нагрузкой (Рис.2) [7].

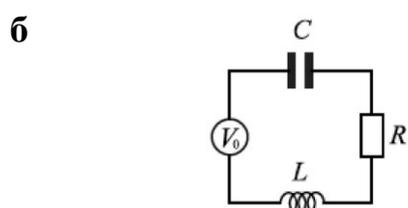


Рисунок 1 – (а) Пример метаатома в МГц диапазоне – расщепленный кольцевой резонатор с впаянной емкостью. Внешний диаметр кольца – 23 мм, размер щели – 2 мм, впаянная емкость $C=330$ пФ, резонансная частота $\omega_0=50.22$ МГц, добротность $Q=160$. (б) Эквивалентный LCR -контур.



Рисунок 2 – Схема одномерной цепочки расщепленных колец (слева) и эквивалентных взаимодействующих LCR -контуров (справа).

Механизм распространения МИ волн в магнитном метаматериале, представляющем собой линейную структуру из расщепленных кольцевых резонаторов, достаточно прост. Переменное магнитное поле, частота которого близка к резонансной частоте метаатома, возбуждает первый элемент структуры, в результате чего в нем наводится переменный ток, что приводит к возникновению переменного магнитного поля, создаваемого кольцом с током, которое в свою очередь пронизывает соседний элемент, также наводя в нем ток и т.д. В зависимости от взаимного расположения колец в пространстве, токи в них могут возбуждаться в фазе, как, например, в аксиальной конфигурации, или в противофазе, в планарной конфигурации (Рис.3).

Величину взаимодействия метаатомов характеризует коэффициент взаимодействия. В МГц диапазоне он имеет чисто магнитный характер и равен:

$$\kappa_H = \frac{2M}{L}, \quad (3)$$

где M – коэффициент взаимной индукции элементов.

Таким образом, в магнитном метаматериале, состоящем из расщепленных колец с впадной емкостью, при его возбуждении электромагнитным полем



Рисунок 3 – Схематическое изображение взаимодействия элементов магнитных метаматериалов в аксиальной (а) и планарной (б) конфигурациях, приводящее к возникновению магнитоиндуктивных волн.

будет распространяться магнитоиндуктивная волна, причем эта волна может быть как прямой (токи в элементах возбуждаются в фазе), так и обратной (токи в противофазе). Прямая волна возникает в аксиальной конфигурации колец, соответствующей положительному коэффициенту взаимодействия, обратная волна возникает в планарной конфигурации, соответствующей отрицательному коэффициенту взаимодействия.

1.2. Особенности взаимодействия в ГГц диапазоне

При увеличении резонансной частоты или уменьшении размеров колец, взаимодействие между элементами метаматериала становится более сложным [10]. В качестве элементов магнитного метаматериала в ГГц диапазоне выбирают, как правило, те же расщепленные кольцевые резонаторы, но без впаянной емкости. При этом геометрические размеры элементов снова порядка 2.5 см, в то время как длина волны возбуждающего излучения будет уже порядка 15 см. В таком случае пренебрегать запаздыванием уже нельзя и модель *LCR*-контуров нуждается в поправках.

По причине того, что ток не протекает через щель, происходит аккумуляция зарядов в области близкой к щели. Таким образом, в области щели образуется результирующий электрический диполь, а с противоположной стороны от щели, где величина тока максимальна, локализуется магнитный диполь (Рис.4). Такое неоднородное распределение токов и зарядов в метаатомах и наличие запаздывания приводят к тому, что коэффициент взаимодействия становится комплексным [14] и наряду с магнитным взаимодействием в метаатомах возникает и электрическое взаимодействие [11]:

$$\kappa_E = \frac{2C}{K}, \quad (4)$$

где K – взаимная емкость. Коэффициент полного взаимодействия теперь равен:

$$\kappa = \kappa_H - \nu^2 \kappa_E, \quad (5)$$

где $\nu = \frac{\omega_0}{\omega}$ – обратная приведенная частота [12].

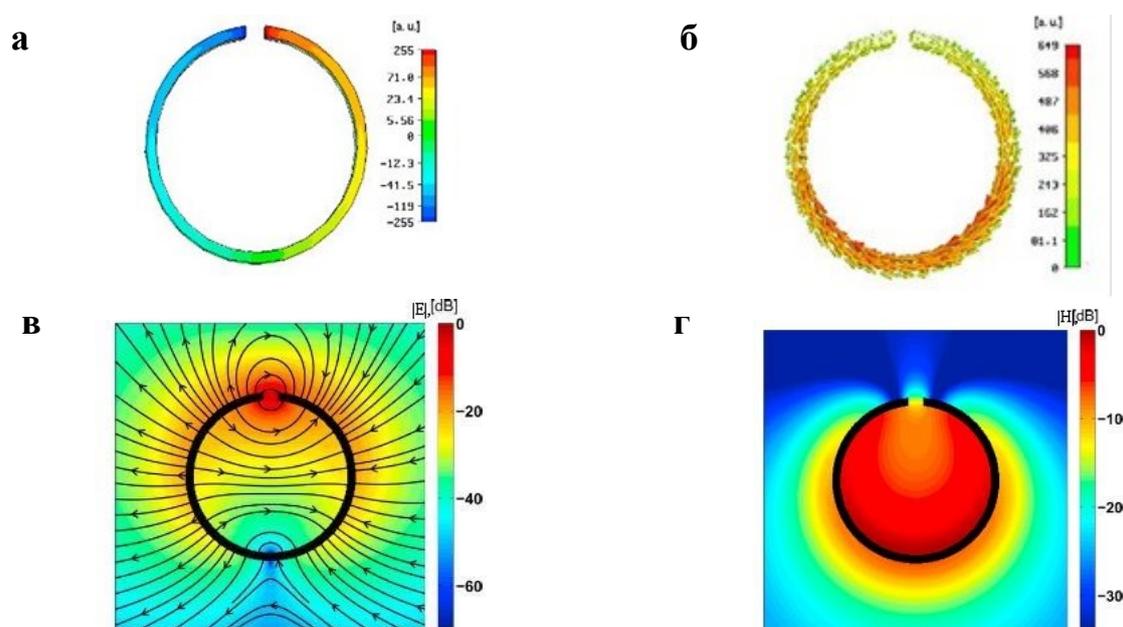


Рисунок 4 – Численное моделирование в CST Microwave Studio распределения (а) зарядов (б) токов, (в) электрического поля, (г) магнитного поля в расщепленных кольцах в ГГц диапазоне [10].

Недавно была разработана методика определения значений коэффициентов магнитного и электрического взаимодействия в МГц и ГГц диапазоне для метаатомов в виде расщепленных кольцевых резонаторов [15, 16]. Однако пока не получены значения коэффициентов магнитного и электрического взаимодействия для дважды расщепленных кольцевых резонаторов.

1.3. Особенности взаимодействия в ТГц диапазоне

Экспериментально было показано, что уменьшение размеров элементов метаматериала, приводит к росту их резонансной частоты [17]. В настоящее время актуальной задачей является создание метаматериалов в ТГц диапазоне с наноразмерными элементами. Однако исследование взаимодействия метаатомов показало, что переход в ТГц диапазон приводит к глобальным изменениям в их свойствах, что отражается на особенностях взаимодействия элементов метаматериала [11].

Основной причиной этих изменений является инерция электронов, находящихся в металлических элементах метаматериала. Для возникновения

токов в элементах на таких частотах уже не хватает временной задержки возбуждающего излучения, что приводит к тому, что в ТГц диапазоне определяющий вклад в индуктивность элемента метаматериала вносит кинетическая индуктивность, связанная с инертной массой электронов (Рис.5а). В результате, линейный рост резонансной частоты при уменьшении размеров метаатомов, характерный для ГГц диапазона частот, сменяется областью насыщения (Рис.5б). Магнитное взаимодействие между элементами метаматериала практически исчезает в ТГц диапазоне (Рис.5в).

В то же время рост частоты не оказывает такого сильного влияния на электрическое взаимодействие. Поэтому для эффективного использования наноразмерных метаматериалов необходимо подробно исследовать электроиндуктивные волны и их особенности. Название электроиндуктивных волн говорит о характерном электрическом взаимодействии между элементами метаматериала. Подходящей моделью для исследования таких волн является линейная структура из дважды расщепленных кольцевых резонаторов (Рис.6а).

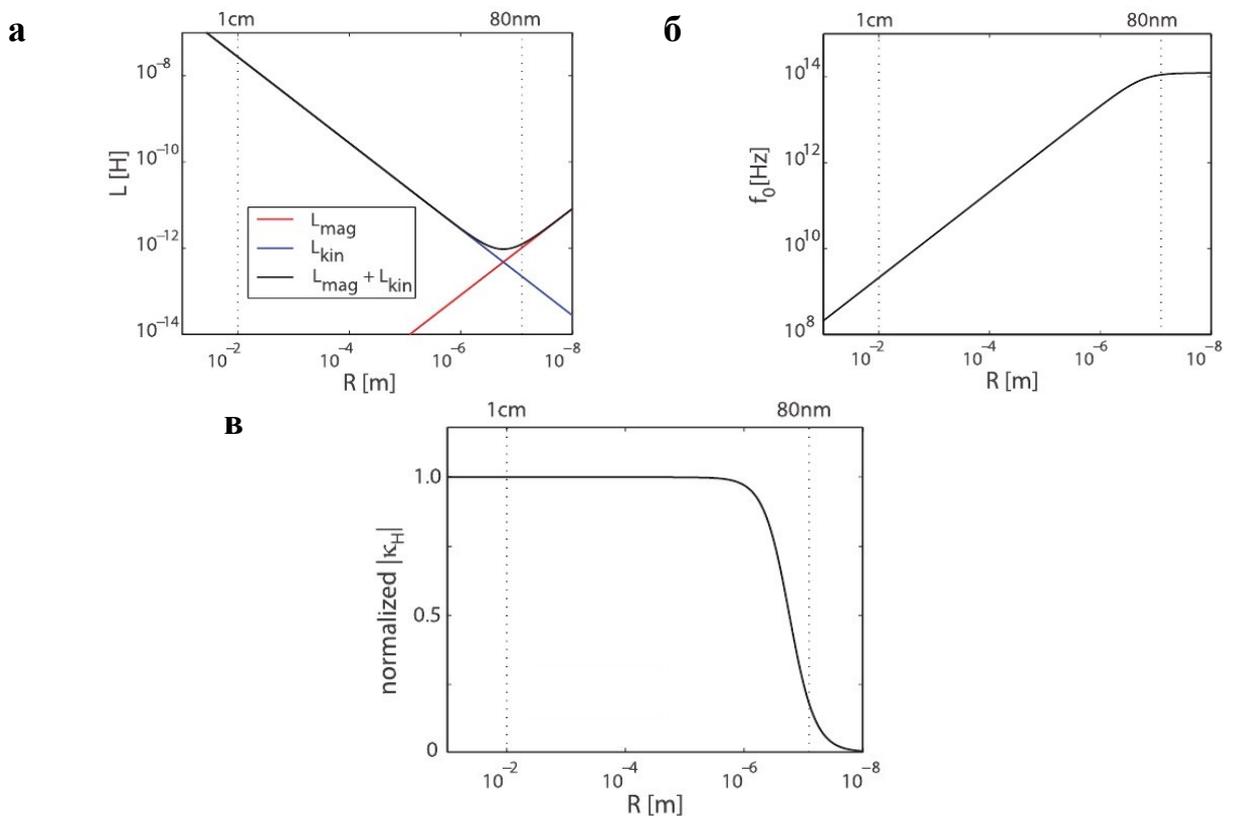


Рисунок 5 – Изменение свойств магнитных метаматериалов при переходе из ГГц в ТГц: индуктивность (а), резонансная частота (б) и модуль коэффициента магнитного взаимодействия (в) от размера элемента [11].

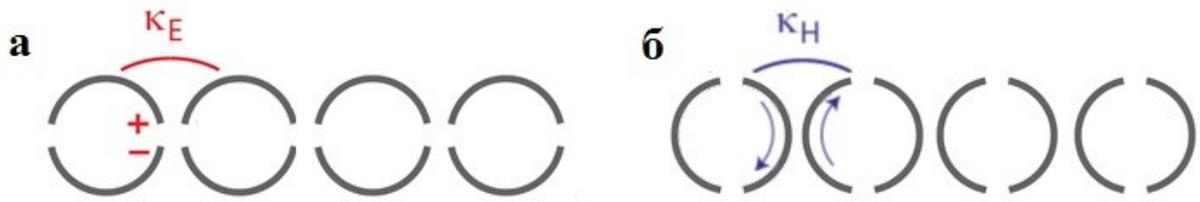


Рисунок 6 – Схематическое изображение линейного одномерного магнитного метаматериала с преобладающим электрическим взаимодействием между метаатомами (а) или магнитным взаимодействием (б) в ГГц диапазоне.

1.4. Особенности дисперсии медленных волн взаимодействия в ГГц диапазоне в метаматериалах с электрическим и магнитным взаимодействием

Рассмотрим распространение медленных волн в моноатомной цепочке взаимодействующих дважды расщепленных колец, как это сделано в работе [13]. Собственный импеданс отдельного элемента имеет вид:

$$Z_0 = R + i\omega L + \frac{1}{i\omega C} = -i\omega L \left(1 - \nu^2 - \frac{i}{Q} \nu \right) = \frac{1}{i\omega C} \left(1 - \nu^2 + \frac{i}{Q} \nu^{-1} \right), \quad (6)$$

где $\nu = \frac{\omega_0}{\omega}$ – обратная приведенная частота. Токи в кольцах обычно записывают в виде:

$$I_n = I_0 e^{i(\omega t - kdn)}, \quad (7)$$

где I_0 – комплексная амплитуда, $k = k' - ik''$ – комплексный волновой вектор, d – размер отдельного элемента, n – номер элемента в структуре.

В метаматериалах, состоящих из дважды расщепленных колец, щели которых направлены горизонтально (Рис.6а), основным будет являться электрическое взаимодействие ($\kappa_E > 0$); в случае, когда щели направлены вертикально (Рис.6б), основным будет магнитное взаимодействие ($\kappa_H < 0$).

Учитывая взаимодействие только ближайших соседних элементов, запишем закон Кирхгофа для одномерной цепочки элементов с магнитным взаимодействием:

$$Z_0 I_n + i\omega M (I_{n-1} + I_{n+1}) = 0 \quad (8)$$

и электрическим взаимодействием элементов:

$$Z_0 I_n + \frac{1}{i\omega K} (I_{n-1} + I_{n+1}) = 0 \quad (9)$$

Подставляя выражение для токов в виде (7), получим:

$$1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} - \frac{i}{Q} \frac{\omega_0}{\omega} + \frac{2M}{L} \cos kd = 0 \quad (10)$$

$$1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + \frac{i}{Q} \frac{\omega}{\omega_0} + \frac{2C}{K} \cos kd = 0 \quad (11)$$

Вводя, как в работе [10], обозначения $\xi = 1 - v^2 - \frac{iv}{Q}$ и $\eta = 1 - \frac{1}{v^2} + \frac{i}{vQ}$, можно получить дисперсионные уравнения отдельно для цепочки с магнитным и электрическим взаимодействием элементов, соответственно:

$$\xi + \kappa_H \cos kd = 0 \quad (12)$$

$$\eta + \kappa_E \cos kd = 0, \quad (13)$$

где $\kappa_H = \frac{2M}{L}$ и $\kappa_E = \frac{2C}{K}$, коэффициенты магнитного и электрического взаимодействия, соответственно.

В зависимости от характерного для данной цепочки типа взаимодействия, дисперсионные уравнения (12)-(13) проявляют различные свойства. В частности, для рассматриваемых случаев (Рис.6) коэффициенты электрического и магнитного взаимодействия имеют противоположные знаки: $\kappa_H < 0$, а $\kappa_E > 0$. Для магнитоиндуктивной цепочки (Рис.7а), полученная аналитическая дисперсия соответствует обратной волне, для электроиндуктивной цепочки (Рис.7б) - прямой волне [13]. Кроме того, с ростом взаимодействия вид полосы пропускания для магнитоиндуктивных и электроиндуктивных волн значительно отличается. Для магнитоиндуктивных волн увеличение полосы пропускания происходит за счет уширения в сторону более высоких частот. Для электроиндуктивных волн увеличение полосы пропускания происходит за счет уширения в сторону более низких частот.

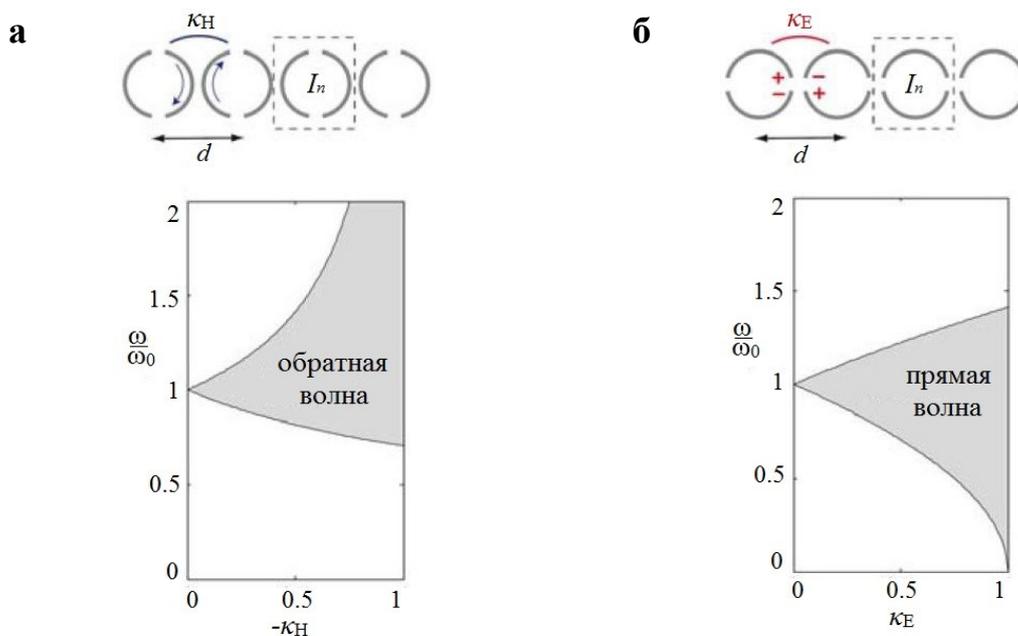


Рисунок 7 – Схематический вид и форма полосы пропускания цепочек метаматериала с магнитным (а) и электрическим (б) взаимодействием между элементами. Затемненная область показывает область полосы пропускания медленных волн [13].

Знание таких особенностей дисперсионных характеристик медленных волн взаимодействия в магнитных метаматериалах помогает создать метаматериал с заранее заданными свойствами. Поэтому для исследования электроиндуктивных волн в качестве модели можно выбрать магнитный метаматериал из дважды расщепленных резонаторов с электрическим взаимодействием между элементами.

Однако подробного изучения резонаторов данного типа и их взаимодействия в ГГц диапазоне еще никем не было проведено до настоящего времени.

Поэтому целью данной работы было:

- аналитически, численно и экспериментально исследовать взаимодействие дважды расщепленных кольцевых резонаторов;
- для этого найти распределение зарядов и токов в таких элементах;
- и подтвердить преимущественно электрический характер взаимодействия между ними в ГГц диапазоне.

ГЛАВА 2. ИССЛЕДОВАНИЕ ДВАЖДЫ РАСЩЕПЛЕННОГО КОЛЬЦЕВОГО РЕЗОНАТОРА

2.1. Аналитическая модель для расчета резонансной частоты

Одним из важных преимуществ метаматериалов является возможность легко варьировать геометрические размеры и форму метаатомов, что позволяет создавать метаматериалы с заранее заданными свойствами, а изменение расстояния между элементами метаматериала или способа их упорядочения, позволяет управлять не только взаимодействием между элементами, но и дисперсионными характеристиками метаматериала.

На первом этапе исследования свойств метаатомов типа расщепленных колец важно определить точную зависимость резонансной частоты элемента от его геометрических размеров. Наиболее простой способ получения аналитической формулы для резонансной частоты расщепленного кольца – переход к эквивалентному LC -контур. Тогда резонансная частота равна:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (14)$$

Таким образом, задача сводится к определению индуктивности и емкости контура, эквивалентного расщепленному кольцу (Рис.8).

В приближении достаточно узкой щели формулу для расчета магнитной индуктивности кольца прямоугольного сечения можно получить в виде [18]:

$$L = \mu_0 r \left[\log \frac{8r}{h+w} - \frac{1}{2} \right], \quad (15)$$

где μ_0 – магнитная проницаемость вакуума, r – средний радиус, h – высота, w – толщина кольца.

Как было рассмотрено в Главе 1, в ГГц диапазоне наличие щели приводит к неоднородному распределению зарядов в кольце. Поэтому при расчете емкости кольца необходимо учитывать не только емкость щели C_{gap} , но и поверхностную емкость C_{surf} , которая возникает вследствие электрического взаимодействия зарядов, расположенных в симметричных точках кольца (Рис.9а).

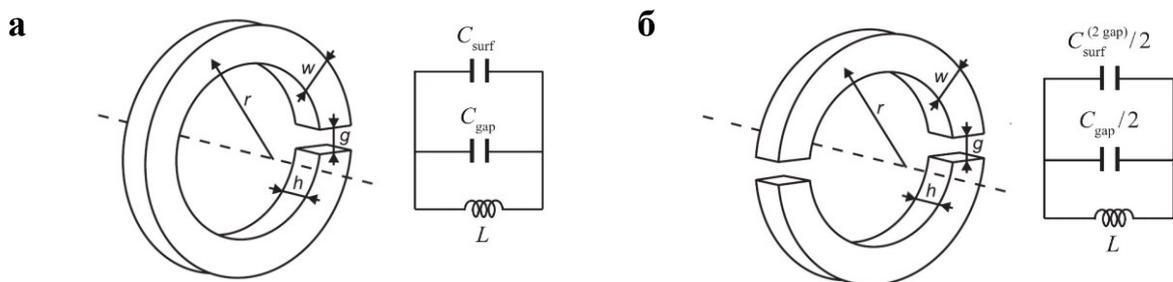


Рисунок 8 – Схема расщепленных кольцевых резонаторов с эквивалентными схемами: с одной щелью (а), с двумя щелями (б) [19].



Рисунок 9 – Схематическое изображение расщепленного кольца (вид сверху): (а) изображение симметричных точек кольца с неоднородным распределением электрического заряда, (б) определение углов к расчету поверхностной емкости.

Формулу для определения C_{gap} получим, используя обычную формулу для емкости плоского конденсатора, где в качестве плоского конденсатора выступает сама щель:

$$C_{gap} = \varepsilon_0 \frac{hw}{g} + C_0, \quad (16)$$

где ε_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума, C_0 – поправка на краевые эффекты, которую обычно выбирают в виде [20]:

$$C_0 = \varepsilon_0 (h + w + g). \quad (17)$$

В этой же работе [20] предложено определить величину поверхностной емкости на единицу высоты кольца как:

$$C_{surf}^{(p.u.h.)} = \int_{\theta_g}^{\pi} \frac{\sigma(\theta)r}{V(\theta)} d\theta, \quad (18)$$

где

$$\sigma = \frac{\varepsilon_0 V_0}{\pi R} \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2}, \quad V = \frac{V_0}{\pi} (\pi - \theta) \quad (19)$$

- поверхностный заряд и напряжение между двумя симметричными точками поверхности кольца, соответственно; V_0 – напряжение в щели; углы θ и θ_g показаны на Рис.9 (б). Подставляя (19) в (18), получаем:

$$C_{surf}^{(p.u.h.)} = \varepsilon_0 \int_{\theta_g}^{\pi} \frac{ctg \frac{\theta}{2}}{\pi - \theta} d\theta. \quad (20)$$

К сожалению, данный интеграл нельзя вычислить аналитически. Однако заметим, что величина $ctg(\theta_g/2)$ достаточно большая ввиду малости угла θ_g , что позволяет нам пренебречь углом θ в знаменателе в формуле (20), что приводит к выражению для поверхностной емкости на единицу высоты элемента в виде:

$$C_{surf}^{(p.u.h.)} = \frac{\varepsilon_0}{\pi} \int_{\theta_g}^{\pi} ctg \frac{\theta}{2} d\theta = \frac{2\varepsilon_0}{\pi} \log \frac{4r}{g}. \quad (21)$$

Здесь из геометрических соображений принято значение $\theta_g = 4R/g$. Для полной поверхностной емкости расщепленного кольца высотой h и толщиной w получим:

$$C_{surf} = (h + w)C_{surf}^{(p.u.h.)} = \frac{2\varepsilon_0(h + w)}{\pi} \log \frac{4r}{g}. \quad (22)$$

Таким образом, суммарная емкость для кольца с одной щелью равна:

$$C_{total} = C_{gap} + C_{surf}. \quad (23)$$

Приведенные формулы для описания емкости расщепленного кольцевого резонатора, как упоминалось, уже были получены в работе [20] для кольцевого резонатора с одной щелью, показанного на Рис.8а.

Наличие двух щелей в резонаторе можно, на наш взгляд, рассматривать как последовательное соединение двух конденсаторов, что приводит к уменьшению емкости в два раза. Эквивалентный контур для дважды расщепленного кольцевого резонатора, предлагаемый в данной работе, изображен на Рис.8 (б). Небольшие изменения в геометрии кольца отразятся лишь на выражении для поверхностной емкости:

$$C_{surf}^{(2gap)} = \frac{2\varepsilon_0(h + w)}{\pi} \log \frac{2r}{g}. \quad (24)$$

Таким образом, зная геометрические размеры дважды расщепленного кольцевого резонатора, мы можем аналитически рассчитать его резонансную частоту по формуле:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_{total}^{(2gap)}}}, \quad \text{где} \quad C_{total}^{(2gap)} = \frac{C_{gap} + C_{surf}^{(2gap)}}{2}. \quad (25)$$

Геометрические размеры исследуемого элемента в соответствии с предложенной моделью (Рис.8б), а также основные параметры эквивалентного LC-контура, рассчитанные по формулам (15), (16), (24), (25), представлены в Табл.1.

Таблица 1. Размеры элемента и рассчитанные по ним параметры эквивалентного LC-контура

Параметры метаатома	Значения	Параметры LC-контура	Значения
Средний радиус кольца, r , мм	10.95	Индуктивность, L , 10^{-9} Гн	27.89±0.20
Высота кольца, h , мм	5.0	Емкость щели, C_{gap} , 10^{-14} Ф	15.93±0.80
Толщина кольца, w , мм	2.0	Пов.емкость, $C_{surf}^{(2gap)}$, 10^{-14} Ф	12.17±0.66
Ширина щели, g , мм	1.0	Резонансная частота f_0 , ГГц	2.54±0.04

Отметим, что расчет погрешностей для параметров LC-контура и резонансной частоты производился только при учете погрешности, вносимой за счет неточности в экспериментальном определении значений размеров щели (± 0.1 мм) и среднего радиуса дважды расщепленного кольца (± 0.05 мм).

2.2. Экспериментальное определение резонансной частоты

Для подтверждения правомерности использования данной аналитической модели в работе была экспериментально определена резонансная частота описанных метаатомов в виде дважды расщепленных кольцевых резонаторов и проведен численный эксперимент.

Экспериментальная часть работы проводилась на базе векторного анализатора спектра Rohde&Schwarz ZNB20, внешний вид которого показан на Рис.10, технические характеристики прибора приведены в Приложении.

Методика проведения эксперимента достаточно подробно описана в работах [21, 22].

На Рис.11(а) представлено фото исследуемого образца – дважды расщепленного медного кольцевого резонатора. Размеры этого образца полностью совпадают с теми, что были представлены в Таблице 1. Измерения зависимости сигнала элемента от частоты проводились в диапазоне частот от 1 до 4 ГГц (Рис.11б). Полученное экспериментальное значение резонансной частоты $\omega_{\text{эксп}}=(2.56\pm 0.02)$ ГГц хорошо совпадает с теоретическим значением в пределах погрешности $\omega_{\text{теор}}=(2.54\pm 0.04)$ ГГц (Табл.1). Погрешность экспериментального определения резонансной частоты неизбежно возникает вследствие трудоемкости процесса точного симметричного выставления двух полуколец, из которых состоит элемент, на заданное расстояние друг от друга.

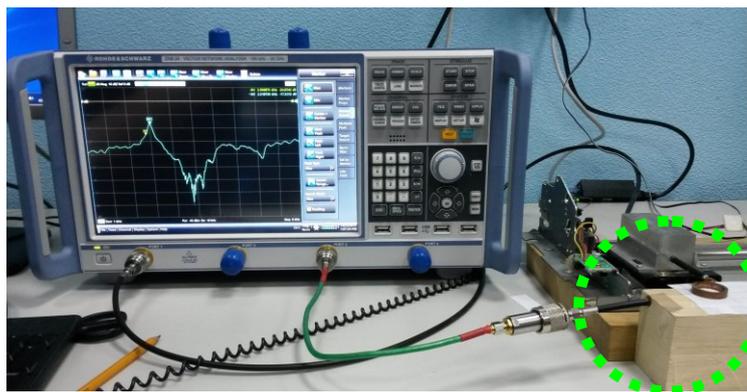


Рисунок 10 – Проведение эксперимента по определению резонансной частоты. В центре - векторный анализатор спектра Rohde&Schwarz ZNB20, правее видно расположение приемной и возбуждающей антенн и элемент.

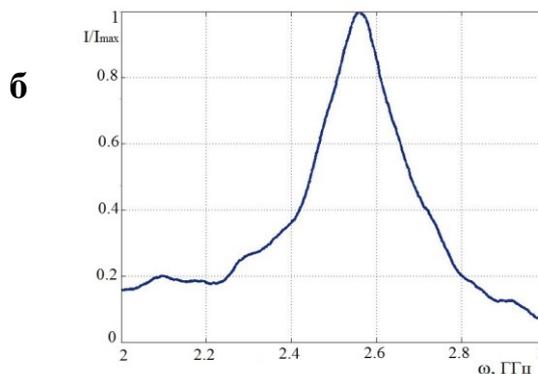


Рисунок 11 – (а) Фотография исследуемого образца. Внешний диаметр 23.9 мм, высота 5 мм, толщина стенок 2 мм, размер щели 1 мм. (б) Экспериментальная зависимость сигнала элемента от частоты. Резонансная частота – 2.56 ± 0.02 ГГц, добротность $Q=18$.

Практически идентичные значения резонансных частот, полученных экспериментально и аналитически, дают возможность сделать вывод о применимости аналитической модели эквивалентного LC -контура для описания свойств дважды расщепленного кольцевого резонатора в ГГц диапазоне, хотя размеры элементов уже сопоставимы с длиной волны, о чем будет рассказано далее.

2.3. Методика проведения численного эксперимента

Для численных расчетов использовалась современная мощная программа трехмерного моделирования электромагнитного поля - CST Microwave Studio. Данная программа позволяет конструировать трехмерные модели резонаторов с помощью черчения простейших геометрических форм, создавать источники возбуждения необходимого типа, точно определив их местоположение, и задавать граничные и начальные условия, после чего происходит разбиение всего исследуемого пространства на сетку заданной точности и производится расчет поля в каждой точке разбиения.

После ознакомления с различными методами расчета, представленными в данной программе, для моделирования полей расщепленных кольцевых резонаторов мной был выбран метод конечных разностей во временной области (Time Domain Solver). В основе этого метода лежит последовательная дискретизация уравнений Максвелла в интегральной форме на временном интервале. Важной особенностью решения во временной области является пропорциональная зависимость требуемых вычислительных ресурсов от размеров исследуемой структуры.

Для того чтобы максимально приблизить модель численного эксперимента к условиям реального эксперимента, в качестве источника возбуждения была выбрана антенна в виде тонкого кольца радиуса 2 мм с переменным током величиной 1 А (Рис.12).

Чтобы убедиться в целесообразности использования источника возбуждения такого типа, был проведен анализ поля, создаваемого такой антенной. Целью этого анализа было определение оптимального расположения источника возбуждения относительно исследуемого объекта. Для этого было получено трехмерное распределение силовых линий напряженности магнитного поля кольца с переменным током в зависимости от его фазы в отсутствие исследуемого объекта. Кольцо с током располагалось в плоскости XU , учитывая симметрию кольца, распределение представлено в виде сечения, проходящего через центр кольца в плоскости XZ (Рис.13). Частота поля очень высокая, и расположение изучаемого метаатома должно быть таким, чтобы при максимальном значении тока в кольце антенны, силовые линии поля внутри метаатома не были противоположно направлены в один и тот же момент времени. На Рис.13 видно, что данное условие выполняется при расположении элемента на расстоянии не менее 2.5 мм от плоскости возбуждающего кольца с током.

При этом для наиболее эффективного возбуждения резонатора его следует помещать как можно ближе к возбуждающей антенне. Используя закон Био-Савара-Лапласа, можно легко получить формулу для определения амплитудного значения напряженности магнитного поля, создаваемого кольцом с током.

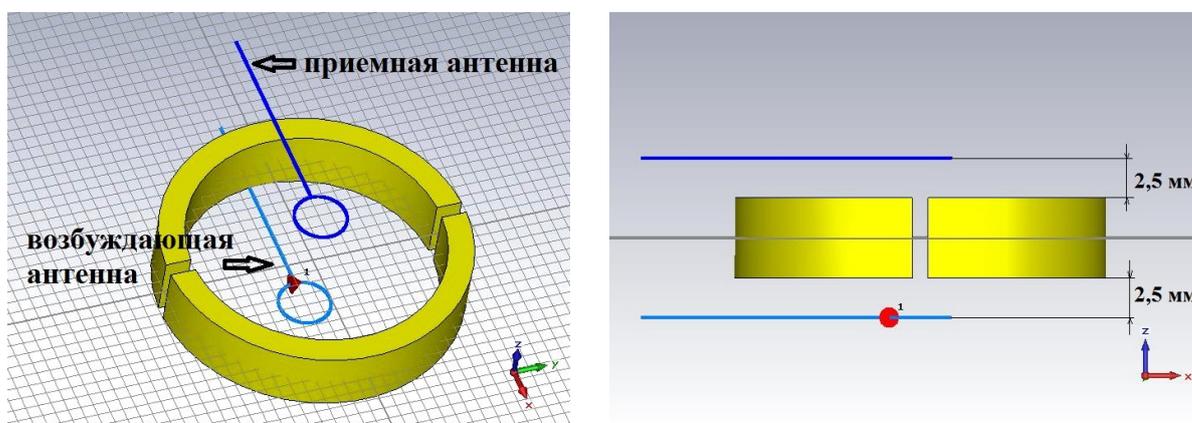


Рисунок 12 – Модель численного эксперимента в CST. Возбуждающая антенна на расстоянии 2.5 мм от нижнего края элемента, высота элемента – 5 мм, приемная антенна на расстоянии 2.5 мм от верхнего края элемента, расстояние между антеннами – 10 мм.

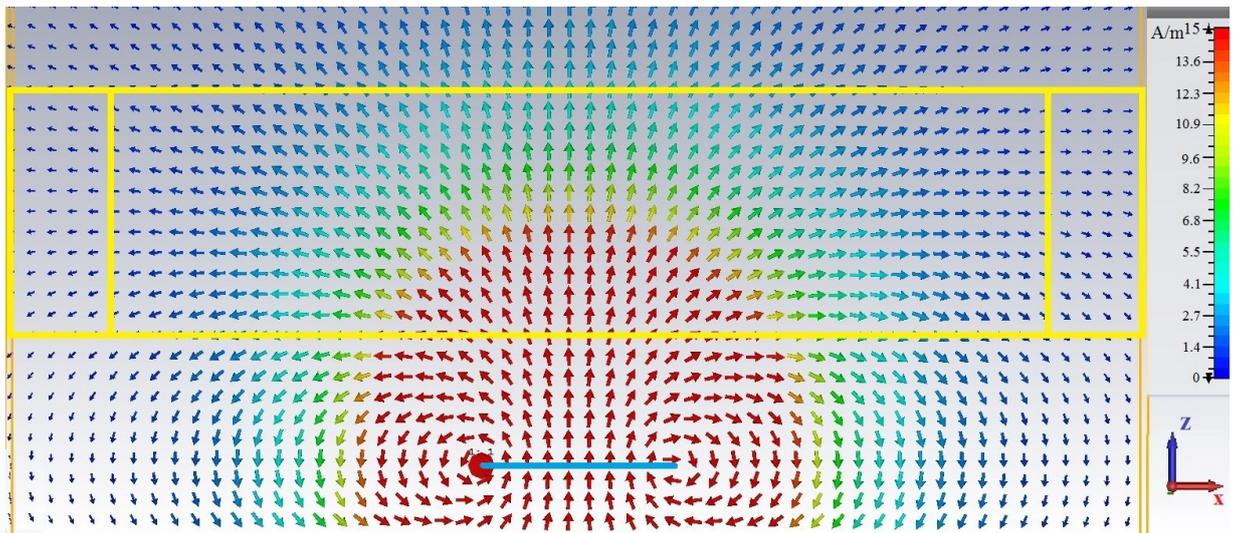


Рисунок 13 – Распределение силовых линий напряженности магнитного поля кольца с переменным током (голубая линия) в отсутствии исследуемого объекта. Радиус кольца 2 мм, амплитуда тока в кольце 1А, значение фазы тока 0. Желтым контуром отмечено оптимальное положение исследуемого объекта – на расстоянии 2.5 мм от антенны.

Например, модуль напряженности поля H в точке, лежащей на оси, проходящей через центр кольца, равен:

$$H = \frac{IR^2}{2(R^2 + a^2)^{3/2}}, \quad (26)$$

где R – радиус кольца с током I , a – расстояние от плоскости кольца. В численном эксперименте a соответствует значению координаты z . Рассчитанные по формуле (26) значения H для нескольких расстояний a при параметрах кольца $R=2$ мм, $I=1$ А представлены в Таблице 2.

На Рис.14 представлен результат численных расчетов – распределение z -компоненты напряженности H магнитного поля кольца с током в плоскости XU , смещенной на разные расстояния вдоль оси z . Значения $|H_z|$ в точках, расположенных на оси z , также представлены в Таблице 2 для сравнения со значениями, полученными по формуле (26).

Все полученные результаты говорят о применимости кольца с переменным током в качестве источника возбуждения в рамках численного эксперимента.

Таблица 2. Сравнение значений модуля напряженности поля H кольца с током $I=1$ А радиуса $R=2$ мм

Расстояние над центром кольца с током z , мм	Теоретическое значение модуля напряженности $H_{теор}$, А/м	Численное значение модуля напряженности $H_{числ}$, А/м
0	250	264
5	12.8	14.2
10	1.88	2.28

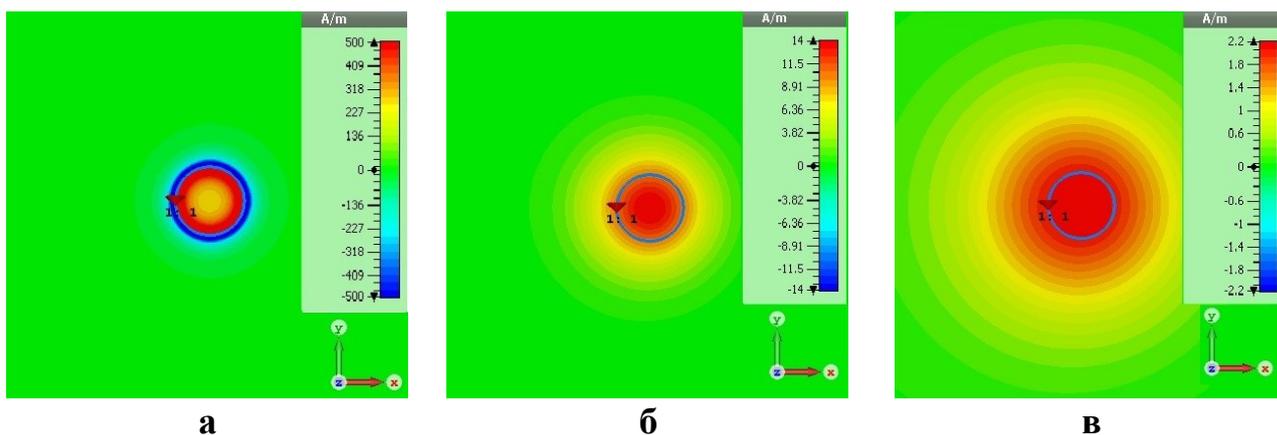


Рисунок 14 – Распределение z -компоненты напряженности H магнитного поля кольца с током в плоскостях: (а) $z=0$ мм – в плоскости кольца с током; (б) $z=5$ мм – на этом расстоянии от возбуждающей антенны будет находиться центр изучаемого объекта; (в) $z=10$ мм – на этом расстоянии от возбуждающей антенны может находиться приемная антенна, как на Рис.12.

3.3. Результаты численного моделирования для одного метаатома

По описанной выше методике был проведен численный эксперимент для 3D-модели дважды расщепленного кольцевого резонатора (Рис.15), построенной согласно геометрическим и физическим параметрам образца, исследованного экспериментально. Резонансная частота этой модели оказалась равной 2.55 ГГц.

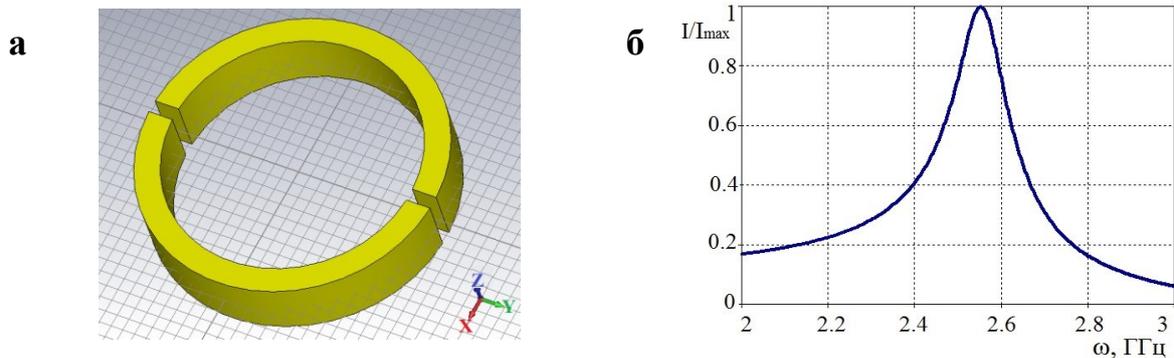


Рисунок 15 – (а) вид 3D-модели дважды расщепленного кольцевого резонатора, построенной в CST. (б) частотная зависимость сигнала от данного элемента. Резонансная частота 2.55 ГГц, добротность $Q=23$.

Данное значение хорошо согласуется с теоретическим и экспериментальным значениями резонансной частоты (Табл.3). Отсюда можно сделать вывод о достоверности результатов численного моделирования, что будет использоваться в дальнейшем.

Другой задачей численного моделирования было получение пространственного распределения электрического и магнитного полей, создаваемых элементом на резонансной частоте. В результате этого были построены распределения поверхностного заряда (Рис.16) и амплитуды z-компоненты напряженности магнитного поля в плоскости элемента (Рис.17) в зависимости от фазы возбуждающей антенны. На рисунках отчетливо видно неоднородное распределение зарядов и токов в элементе, как это и предсказывалось в ГГц диапазоне [10]. Также в процессе выполнения работы было проведено сравнение значений амплитуды магнитного поля при наличии расщепленного резонатора и при его отсутствии.

Таблица 3. Значения резонансной частоты метаатома, полученные различными методами.

Метод определения ω_0	Значения $\omega_0, \text{ГГц}$
Аналитическая модель, $\omega_{\text{теор}}$	2.54 ± 0.04
Эксперимент, $\omega_{\text{эксп}}$	2.56 ± 0.02
Численный эксперимент, $\omega_{\text{числ}}$	2.55 ± 0.01

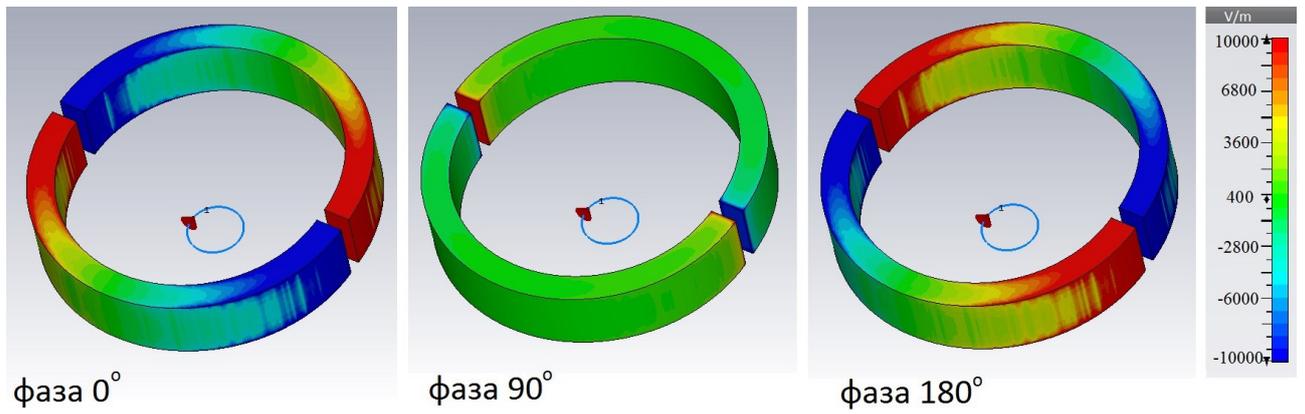


Рисунок 16 – Распределения поверхностного заряда в дважды расщепленном кольцевом резонаторе на резонансной частоте 2.55 ГГц в зависимости от фазы возбуждающей антенны.

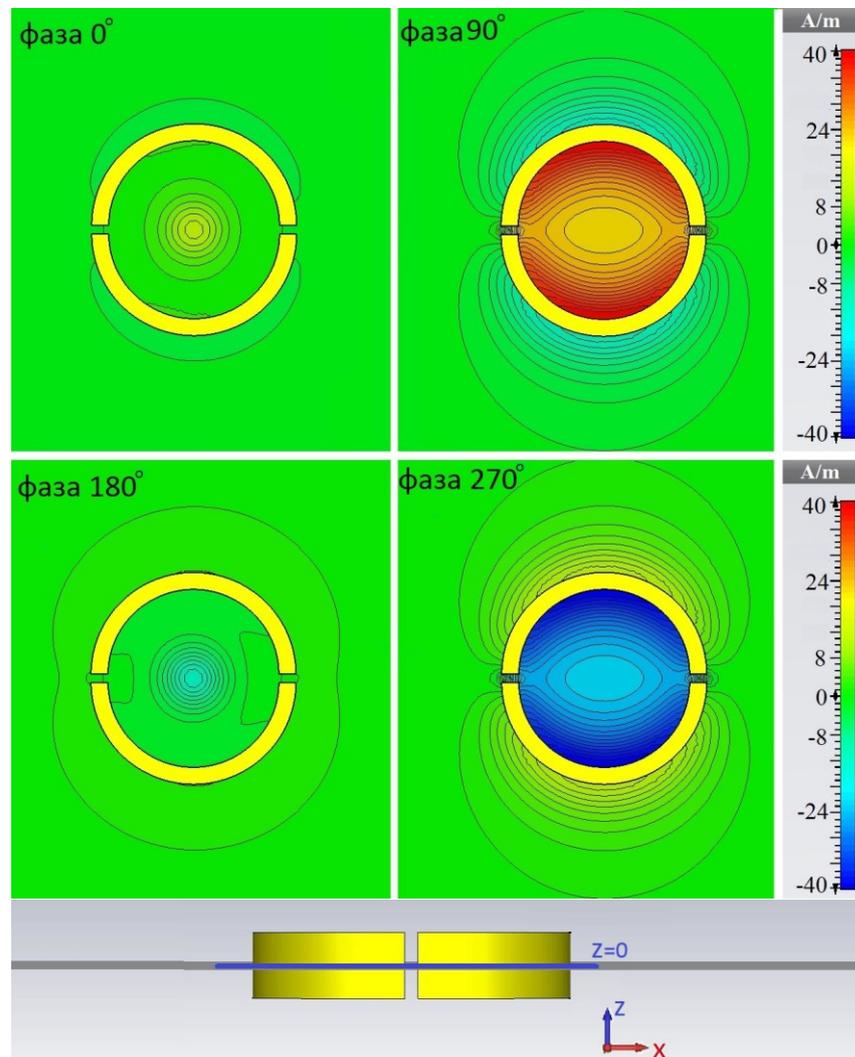


Рисунок 17 – Распределения амплитуды z -компоненты напряженности H магнитного поля в плоскости элемента (нижняя вставка), на резонансной частоте 2.55 ГГц в зависимости от фазы возбуждающей антенны.

Выяснилось, что присутствие элемента усиливает поле в центральной плоскости ($z=0$) почти в 3 раза, а на высоте 2.5 мм над верхним краем элемента ($z=5$) поле усиливается почти в 9 раз.

В ходе проведенного экспериментального, аналитического и численного исследования одного метаатома в виде дважды расщепленного кольцевого резонатора была подтверждена достоверность предложенной аналитической модели LC -контура, которую можно использовать в ГГц диапазоне, а также была выработана методика проведения численного эксперимента, результатам которого можно доверять.

ГЛАВА 3. ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДВАЖДЫ РАСЩЕПЛЕННЫХ КОЛЬЦЕВЫХ РЕЗОНАТОРОВ В ГГЦ ДИАПАЗОНЕ

3.1. Метод определения коэффициента полного взаимодействия элементов по расщеплению резонансной кривой

Известно, что взаимодействие двух метаатомов приводит к расщеплению резонансной кривой, и по величине этого расщепления можно оценить значение коэффициента полного взаимодействия [7].

Рассмотрим подробнее взаимодействие двух дважды расщепленных кольцевых резонаторов с собственным импедансом Z_0 :

$$Z_0 = R + i\omega L + \frac{1}{i\omega C} = i\omega L \left(1 - \nu^2 - \frac{i}{Q} \nu \right) = i\omega L \xi, \quad (27)$$

где $\nu = \frac{\omega_0}{\omega}$ обратная приведенная частота, $\xi = 1 - \nu^2 - \frac{i\nu}{Q}$.

Взаимный импеданс для двух элементов можно записать, используя формулы (3), (4), (5), в виде аналогичном выражению для импеданса одного элемента Z_0 :

$$Z_m = i\omega M + \frac{1}{i\omega K} = i\omega L \left(\frac{M}{L} - \nu^2 \frac{C}{K} \right) = i\omega L \left(\frac{\kappa_H - \nu^2 \kappa_E}{2} \right) = i\omega L \frac{\kappa}{2}. \quad (28)$$

При условии, что падающее электромагнитное излучение возбуждает первый элемент, наводя в нем ток I_1 , а поле, создаваемое первым элементом, наводит ток I_2 во втором элементе, запишем уравнения Кирхгофа для этих элементов по методу, рассмотренному в [9]:

$$Z_0 I_1 + Z_m I_2 = V \quad (29)$$

$$Z_0 I_2 + Z_m I_1 = 0. \quad (30)$$

Выразим ток I_2 через I_1 в уравнении (30) и подставим в (29), отсюда сразу получаем решение для тока в первом элементе I_1 :

$$I_1 = \frac{V Z_0}{Z_0^2 - Z_m^2} = \frac{V \xi}{i\omega L \left(\xi^2 - \frac{\kappa^2}{4} \right)}. \quad (31)$$

Из уравнения (31) видно, что значение I_1 будет стремиться к бесконечности при обращении знаменателя в нуль, что в эксперименте соответствует резонансу.

Таким образом, получаем уравнение для определения резонансных частот:

$$\left(1 - \nu^2 - \frac{i\nu}{Q}\right)^2 - \frac{\kappa^2}{4} = 0. \quad (32)$$

Считая добротность достаточно большой величиной, пренебрежем слагаемым $i\nu/Q$. Тогда из (32) следует:

$$\left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)^2 = \left(\frac{\kappa}{2}\right)^2. \quad (33)$$

Отсюда получаем два решения для квадрата частоты:

$$\frac{\omega_0^2}{\omega_{1,2}^2} = 1 \pm \frac{\kappa}{2}. \quad (34)$$

Так как физический смысл имеют только положительные частоты, получим две резонансные частоты: нижний резонанс на частоте:

$$\omega_1 = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 + \frac{\kappa}{2}}}, \quad (35)$$

верхний резонанс на частоте:

$$\omega_2 = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - \frac{\kappa}{2}}}. \quad (36)$$

Если взаимодействие элементов мало, $\kappa \ll 1$, то выражения (35) и (36) можно переписать, ограничившись первым порядком разложения:

$$\omega_1 = \omega_0 \left(1 - \frac{\kappa}{4}\right) \quad (37)$$

$$\omega_2 = \omega_0 \left(1 + \frac{\kappa}{4}\right). \quad (38)$$

Заметим, что подобное соотношение было получено для оценки взаимодействия метаатомов в МГц диапазоне, когда между ними существует только магнитное взаимодействие. В пункте 1.1 было отмечено, что коэффициент взаимодействия элементов метаматериала κ может быть как положительным, так и отрицательным. В МГц диапазоне, когда между элементами возникает только магнитное взаимодействие, знак коэффициента

взаимодействия определяется знаком взаимоиндукции, положительность или отрицательность которой зависит от пространственной конфигурации элементов. В ГГц диапазоне вид коэффициента взаимодействия несколько сложнее, и его знак уже нельзя определить по знаку взаимоиндукции, т.к. теперь он будет зависеть от типа преобладающего взаимодействия – магнитного или электрического. Однако проблему определения знака коэффициента взаимодействия можно решить следующим способом.

Полученные резонансные частоты для двух взаимодействующих колец ((37), (38)) соответствуют резонансному возбуждению токов в этих элементах, которые могут возбуждаться в фазе и противофазе. Если представить возбуждение токов в двух кольцах в качестве двух разных мод волны взаимодействия, поместив слева от пары элементов «виртуальный» невозбужденный метаатом “0”, а справа невозбужденный метаатом “3”, то становится ясно, что симметричной моде соответствует волна меньшей частоты (большей длины волны), а антисимметричной моде соответствует волна большей частоты (меньшей длины волны) (Рис.18). Из уравнений (37) и (38) видно, что $\omega_1 < \omega_2$ в случае, когда $\kappa > 0$, и наоборот. Таким образом, если известно, что токи в двух метаатомах возбуждаются в фазе на нижнем резонансе, и в противофазе – на верхнем, то это говорит о том, что $\kappa > 0$. И наоборот, если токи в элементах возбуждаются в противофазе на нижнем резонансе, и в фазе – на верхнем резонансе, то $\kappa < 0$ (Рис.19).

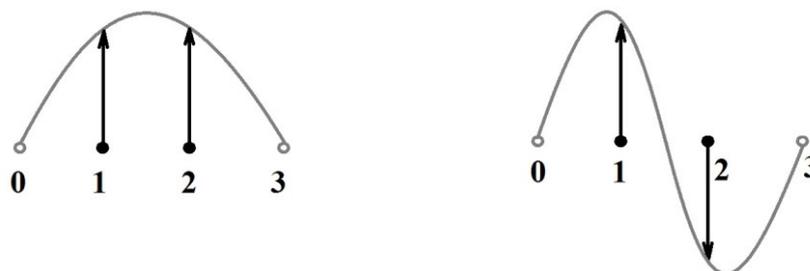


Рисунок 18 – Схематическое изображение возбуждения симметричной моды двух элементов (слева) и антисимметричной моды (справа).

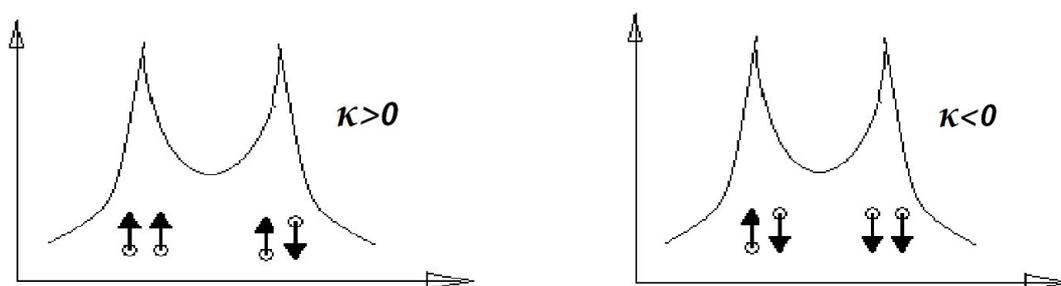


Рисунок 19 – Схематическое изображение расщепления резонансной кривой при взаимодействии двух метаатомов. Слева: При $\kappa > 0$ симметричная мода возбуждается на нижнем резонансе, антисимметричная мода – на верхнем резонансе. Справа: При $\kappa < 0$: антисимметричная мода возбуждается на нижнем резонансе, симметричная мода – на верхнем резонансе.

Разделив (35) на (36), сразу получим выражение для достаточно точного расчета коэффициента полного взаимодействия по расщеплению резонансной кривой:

$$\kappa = 2 \left(\frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{\omega_2^2 + \omega_1^2} \right). \quad (39)$$

Таким образом, как и в МГц диапазоне, по расщеплению резонансной кривой в ГГц диапазоне можно определить величину коэффициента полного взаимодействия, поскольку, как показали результаты, полученные в Главе 2, к данным элементам еще применима модель эквивалентных LC -контуров.

3.2. Метод определения коэффициентов электрического и магнитного взаимодействия элементов в ГГц диапазоне

В ГГц диапазоне основной интерес составляет возможность определить значения коэффициентов магнитного и электрического взаимодействий по отдельности. На данный момент в нашей группе разработана аналитическая модель с учетом распределения плотности зарядов и токов по поверхности элементов, позволяющая определить аналитические зависимости $Re(\kappa_H)$, $Re(\kappa_E)$, $Im(\kappa_H)$ и $Im(\kappa_E)$ от частоты ω [12,13].

Для расчета аналитических значений коэффициентов электрического и магнитного взаимодействия двух дважды расщепленных кольцевых

резонаторов с щелями, направленными друг к другу, была написана программа в пакете MathLab. Расстояние между щелями колец было выбрано 1 мм, Геометрические размеры и резонансная частота элемента взяты как в Таблице 1. В результате были получены частотные зависимости действительных и мнимых частей коэффициентов магнитного κ_H и электрического κ_E взаимодействия (Рис.20), а также модуля коэффициента полного взаимодействия κ (Рис.21). Из графиков видно, что взаимодействие дважды расщепленных кольцевых резонаторов носит, во-первых, преимущественно мнимый характер, что объясняется запаздыванием, во-вторых, основной вклад в значение коэффициента полного взаимодействия вносит мнимая компонента коэффициента электрического взаимодействия $Im(\kappa_E)$. В области близкой к резонансной частоте суммарный коэффициент взаимодействия равен $\kappa=0.28$.

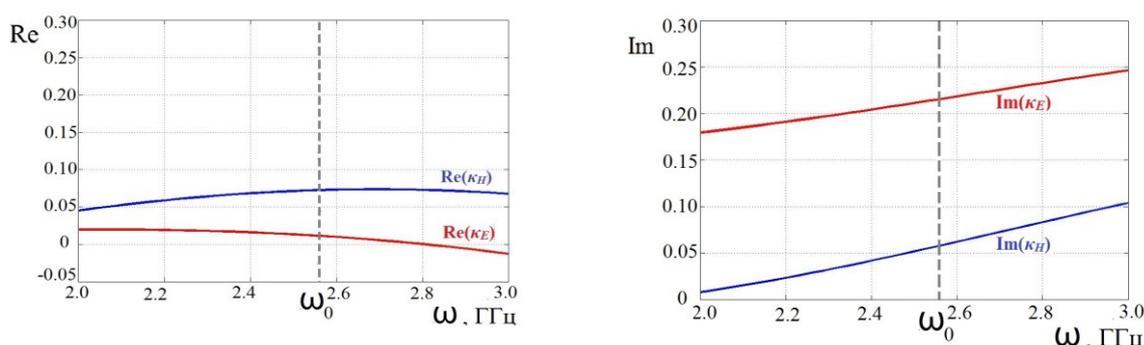


Рисунок 20 – Аналитические зависимости действительной (слева) и мнимой (справа) частей коэффициентов магнитного (синяя) и электрического (красная) взаимодействия от частоты. На частоте ω_0 : $Re(\kappa_H)=0.07$, $Re(\kappa_E)=0.01$, $Im(\kappa_H)=0.05$, $Im(\kappa_E)=0.21$.

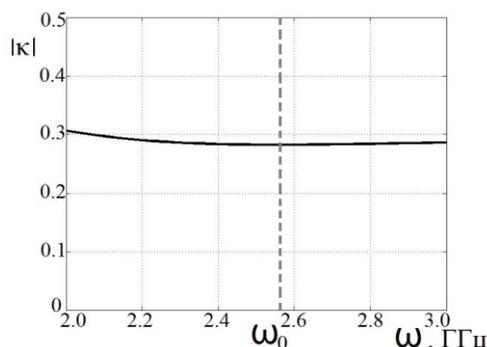


Рисунок 21 – Аналитическая зависимость модуля полного коэффициента взаимодействия κ от обратной частоты. На частоте ω_0 $\kappa=0.28$.

Характер полученных зависимостей позволяет сделать вывод о преобладающем электрическом взаимодействии исследуемых метаатомов. Далее будет приведено сравнение результатов для коэффициента взаимодействия метаатомов, полученных в рамках данной аналитической модели, с результатами численного моделирования и эксперимента.

3.3. Результаты численного моделирования для двух метаатомов

В данной работе также было проведено подробное исследование взаимодействия двух дважды расщепленных кольцевых резонаторов численными методами. Модель для исследования взаимодействия в пакете CST показана на Рис.22.

Полученные частотные зависимости амплитуды и фазы резонансных сигналов от двух взаимодействующих метаатомов представлены на Рис.23. По графикам легко определить, что на нижнем резонансе метаатомы возбуждаются практически в фазе с учетом запаздывания, на верхнем резонансе они возбуждаются в противофазе.

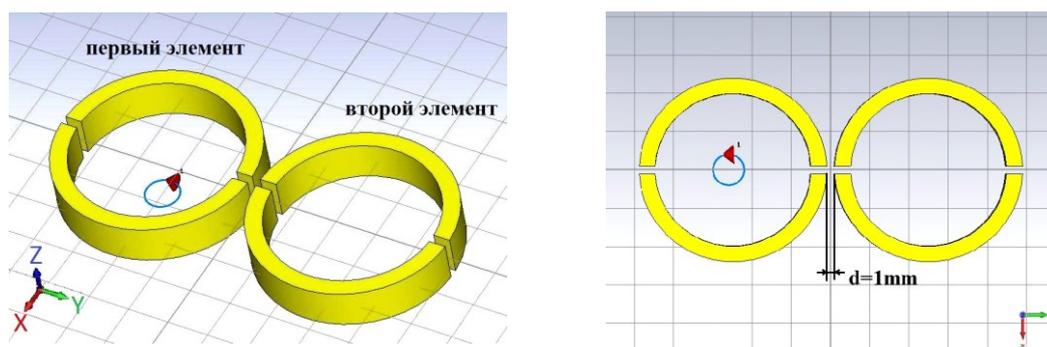


Рисунок 22 – Наглядное изображение (слева) и вид сверху (справа) модели численного эксперимента по исследованию взаимодействия двух метаатомов. Расстояние между элементами - 1 мм, возбуждающая антенна находится на расстоянии 2.5 мм под центром первого элемента.

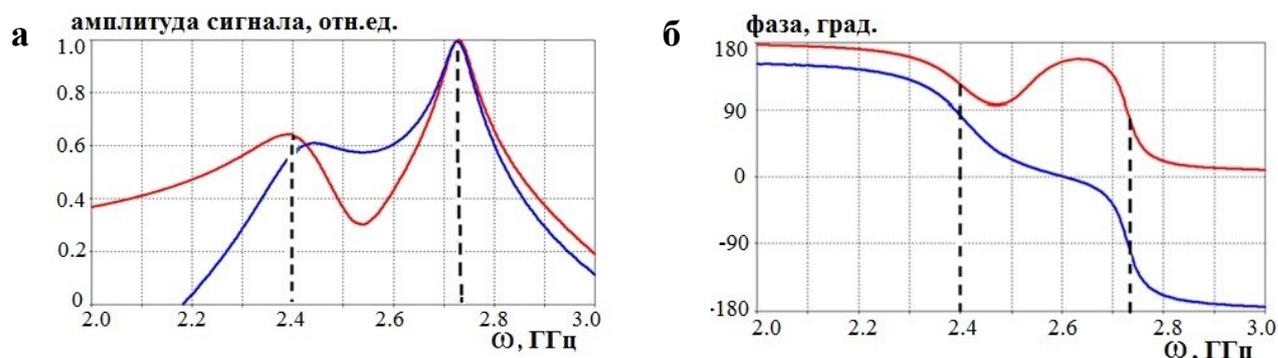


Рисунок 23 – Частотные зависимости амплитуды (а) и фазы (б) сигналов двух взаимодействующих метаатомов на расстоянии 1 мм между их краями (красная линия – 1й элемент, синяя линия – 2й элемент), $\omega_{01}=2.40$ ГГц, $\omega_{02}=2.73$ ГГц.

С одной стороны, такой тип возбуждения элементов соответствует положительному коэффициенту взаимодействия (Рис.19), с другой стороны, коэффициент магнитного взаимодействия элементов, находящихся в планарной конфигурации, должен быть отрицателен. Отсюда можно сделать вывод, что в системе двух взаимодействующих дважды расщепленных колец при ориентации щелей вдоль линии, соединяющей центры элементов, является преобладающим электрическое взаимодействие.

Таким образом, результаты численных расчетов также подтверждают выводы о преобладающем электрическом характере взаимодействия элементов данного типа.

Разница фаз сигналов двух элементов на нижнем резонансе равна 40° . Появление запаздывания объясняется тем, что на резонансной частоте порядка 2-3 ГГц длина волны становится сопоставимой с размерами наших элементов. Действительно, резонансной частоте соответствует длина волны $\lambda=11.8$ см. Несложно посчитать величину запаздывания при распространении волны с длиной λ в структуре с расстоянием между центрами элементов $a=24.9$ мм. В этом случае фаза запаздывания составляет примерно 38° .

Также в данной работе впервые было получено распределение зарядов (Рис.24) и амплитуды магнитного поля (Рис.25) в элементах при нижнем и верхнем резонансах в зависимости от фазы возбуждающей антенны [23].

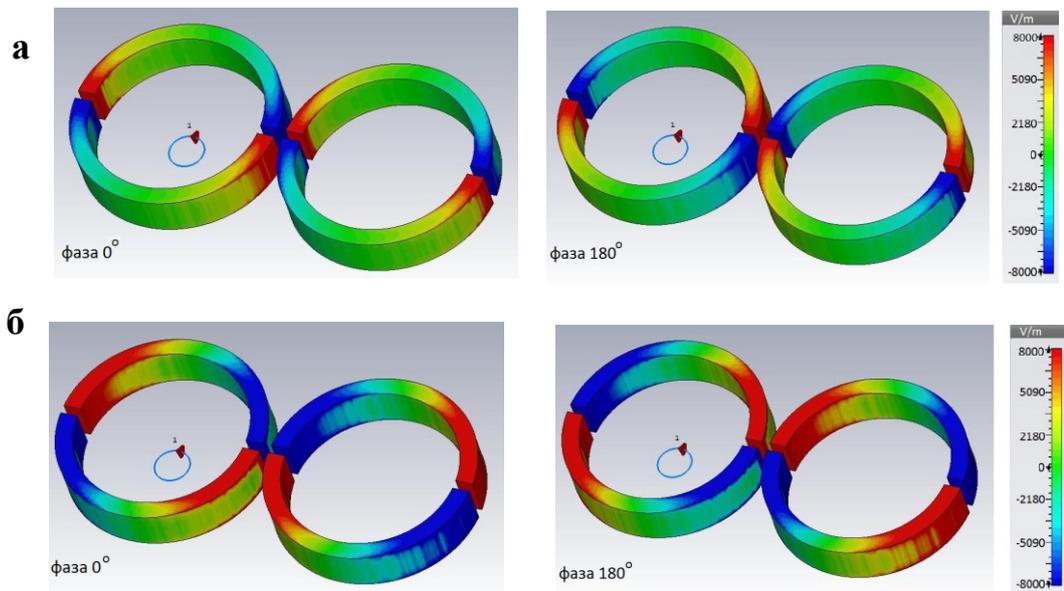


Рисунок 24 – Поверхностное распределение зарядов в двух взаимодействующих метаатомах в ГГц диапазоне при нижнем (а - токи практически в фазе) и верхнем (б - токи практически в противофазе) резонансах в зависимости от фазы возбуждающей антенны. Расстояние между элементами - 1 мм, $\omega_{01}=2.40$ ГГц, $\omega_{02}=2.73$ ГГц. Численный эксперимент.

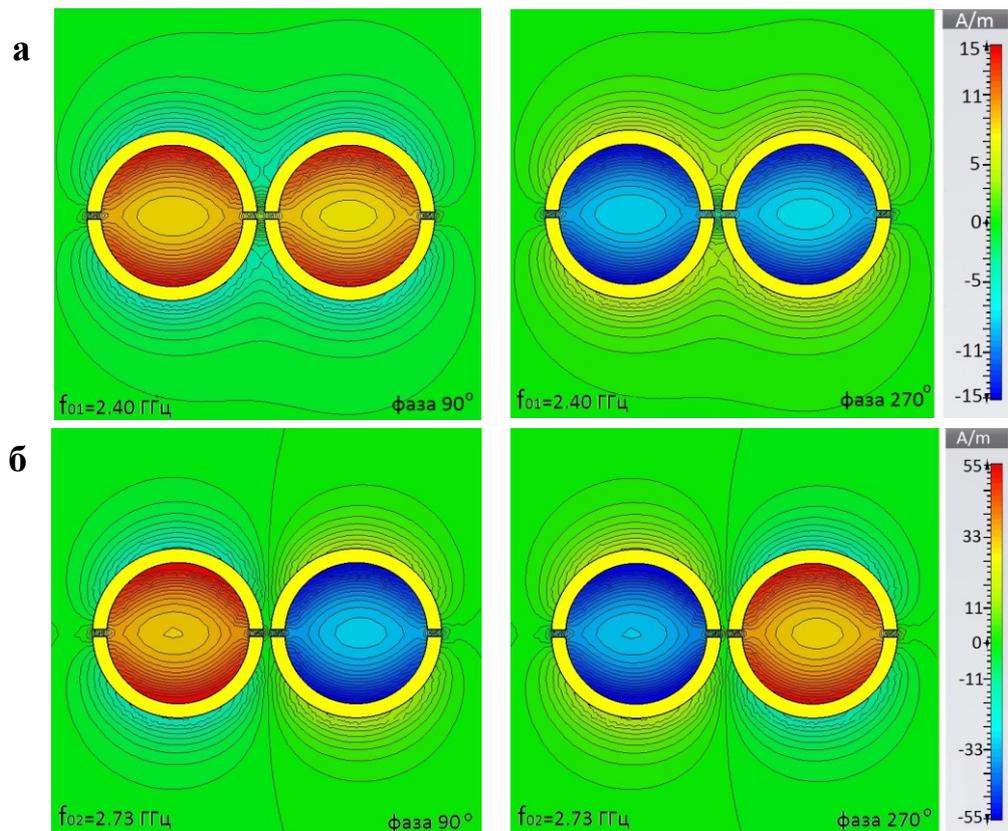


Рисунок 25 – Распределение амплитуды магнитного поля в двух взаимодействующих метаатомах в ГГц диапазоне при нижнем (а - токи практически в фазе) и верхнем (б - токи практически в противофазе) резонансах в зависимости от фазы возбуждающей антенны. Расстояние между элементами - 1 мм, $\omega_{01}=2.40$ ГГц, $\omega_{02}=2.73$ ГГц. Численный эксперимент.

На рисунках видно, что при нижнем резонансе токи в элементах находятся практически в фазе, при верхнем – в противофазе, что также подтверждается распределением H_z в центральной плоскости элементов.

Затем была проведена серия численных экспериментов для двух взаимодействующих элементов, расположенных на различных расстояниях друг от друга, с целью получения резонансных частот и последующего расчета коэффициента полного взаимодействия элементов по формуле (39). Результаты расчетов приведены в Табл.4 и представлены графически на Рис.26.

В результате было установлено, что с увеличением взаимодействия элементов (за счет уменьшения расстояния между метаатомами), наблюдается не только увеличение расщепления резонансной кривой, но и заметный сдвиг в сторону нижних частот, что и предсказывала теория для элементов с преобладающим электрическим взаимодействием [13].

Таблица 4. Резонансные частоты и коэффициент взаимодействия двух метаатомов при различных расстояниях между ними. Численный эксперимент.

расстояние между элементами d , мм	нижний резонанс ω_{01} , ГГц	верхний резонанс ω_{02} , ГГц	коэффициент взаимодействия, к
2.0	2.46	2.69	0.18
1.0	2.40	2.73	0.26
0.5	2.30	2.75	0.35
0.2	2.18	2.76	0.46
0.1	2.13	2.78	0.52
0.01	2.03	2.80	0.62

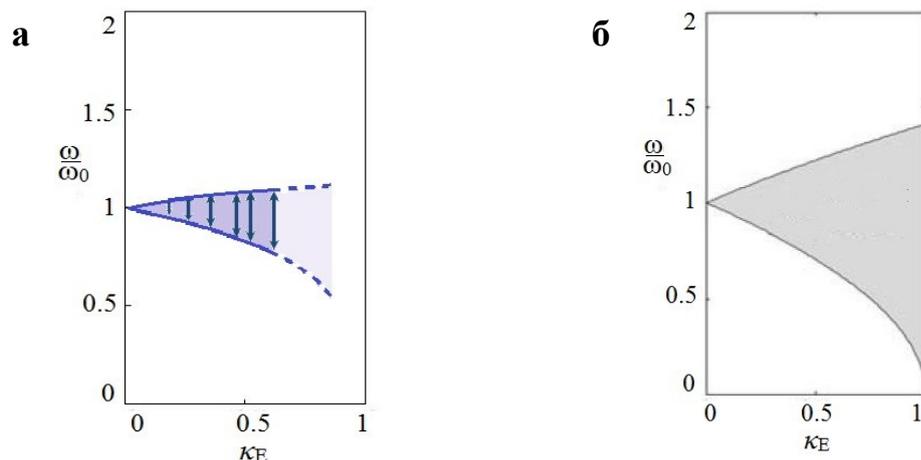


Рисунок 26 – Влияние величины коэффициента электрического взаимодействия на расщепление резонансной кривой двух элементов (а) (по результатам численного эксперимента) и на полосу пропускания метаматериала с электрическим взаимодействием между элементами (б) (теория) из [13].

3.4. Результаты экспериментального исследования двух метаатомов

Результаты экспериментального исследования взаимодействия двух метаатомов представлены на Рис.27. По расщеплению резонансной кривой был рассчитан коэффициент полного взаимодействия, значения которого приведены в Табл.5.

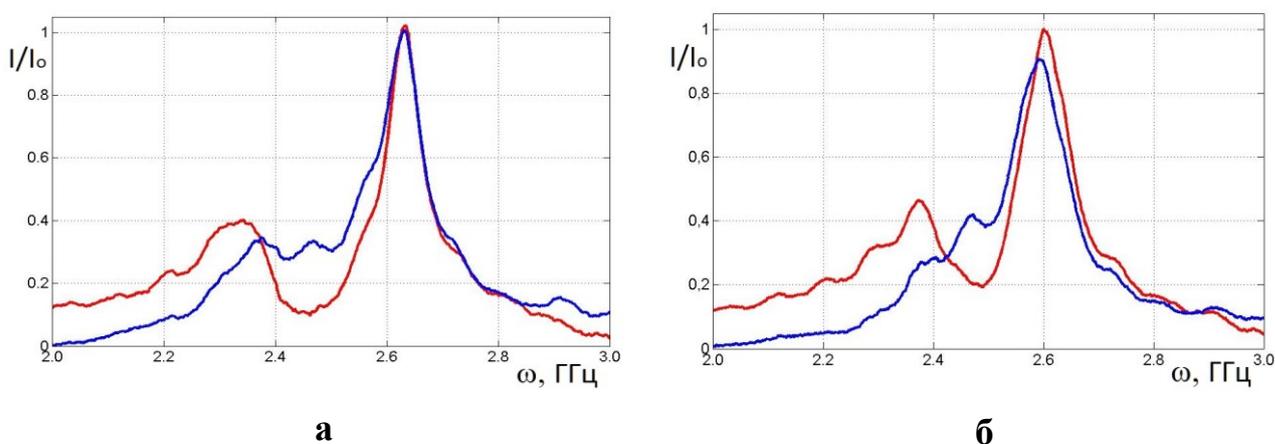


Рисунок 27 – Экспериментальное расщепление резонансной кривой двух взаимодействующих метаатомов на расстоянии 1 мм (а) и 2 мм (б) между их краями (красная линия – 1й элемент, синяя линия – 2й элемент).

Таблица 5. Экспериментальные значения резонансных частот и коэффициент взаимодействия двух метаатомов при различных расстояниях между ними.

расстояние между элементами d , мм	нижний резонанс ω_{01} , ГГц	верхний резонанс ω_{02} , ГГц	коэффициент взаимодействия, K
2.0	2.37 ± 0.10	2.60 ± 0.10	0.18 ± 0.05
1.0	2.30 ± 0.10	2.63 ± 0.10	0.27 ± 0.05

Увеличение ошибки при определении резонансных кривых при взаимодействии двух метаатомов увеличено, по сравнению с определением резонансной частоты одного элемента, в связи со сложностью установки двух элементов на точном расстоянии между ними при ориентации щелей друг к другу.

Сравнение значений коэффициентов полного взаимодействия, полученных разными методами, приведено в Табл. 6.

Таблица 6. Значения коэффициента полного взаимодействия двух метаатомов, полученные различными методами.

расстояние между элементами d , мм	1.0	2.0
аналитическая модель, $K_{\text{теор}}$	0.28 ± 0.01	0.22 ± 0.01
численный эксперимент, $K_{\text{числ}}$	0.26 ± 0.01	0.18 ± 0.01
эксперимент, $K_{\text{эксп}}$	0.27 ± 0.05	0.18 ± 0.05

Таким образом, при исследовании взаимодействия двух дважды расщепленных кольцевых резонаторов в планарной конфигурации с направлениями щелей друг к другу было показано, что доминирующим будет электрическое взаимодействие, вызванное неоднородным распределением зарядов в метаатомах в ГГц диапазоне. При этом экспериментальные результаты находятся в очень хорошем количественном согласии с результатами аналитической модели и численного эксперимента.

ГЛАВА 4. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛИНЕЙНОЙ СТРУКТУРЫ ИЗ ДВАЖДЫ РАСЩЕПЛЕННЫХ КОЛЬЦЕВЫХ РЕЗОНАТОРОВ

В рамках исследования особенностей распространения волн взаимодействий в длинной цепочке элементов было проведено численное моделирование линейной структуры, состоящей из 5, 11 и 15 дважды расщепленных кольцевых резонаторов. Как это уже было отмечено, длина волны, соответствующая резонансному возбуждению исследуемого нами дважды расщепленного кольцевого резонатора, всего лишь примерно в 5 раз больше диаметра метаатома. Для подробного математического описания распространения волн в такой структуре необходимо будет пересмотреть механизмы взаимодействия элементов с учетом сильного запаздывания. В этой же главе будут представлены результаты численного моделирования, позволяющие наглядно представить особенности возбуждения линейной структуры дважды расщепленных кольцевых резонаторов и распространения электроиндуктивных волн.

Как этого следовало ожидать, увеличение числа элементов в структуре приводит к увеличению числа различных резонансных пиков на частотной зависимости амплитуды сигналов элементов, а также на определенных частотах в структуре наблюдаются стоячие волны различных мод (Рис.28 и Рис.29).

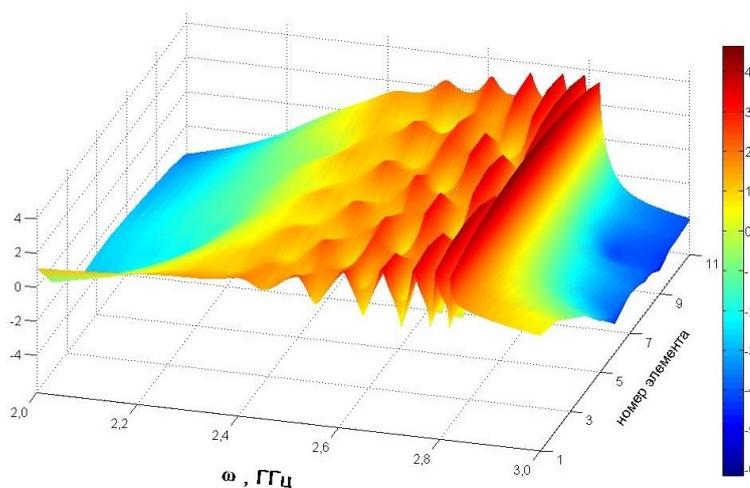


Рисунок 28 – Амплитудно-частотная зависимость сигналов элементов линейной структуры из 11 элементов, $\omega_0=2.55$ ГГц. Численный эксперимент.

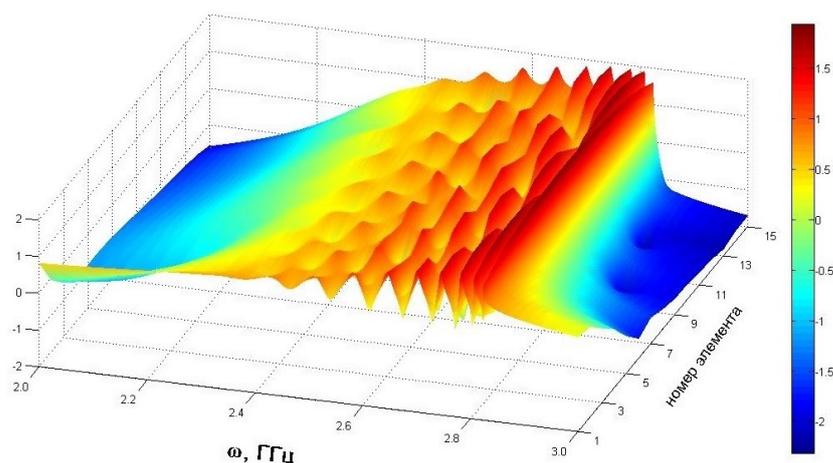


Рисунок 29 – Амплитудно-частотная зависимость сигналов элементов линейной структуры из 15 элементов, $\omega_0=2.55$ ГГц. Численный эксперимент.

На Рис.30 и Рис.31 показано распределение магнитного поля и распределение поверхностных зарядов на отдельных частотах, когда хорошо различимы отдельные моды. Для всех трех структур можно выделить общую закономерность: на самой верхней частоте, вблизи границы полосы пропускания электроиндуктивных волн, возбуждается центральная часть структуры - первая мода стоячей волны с максимальной длиной.

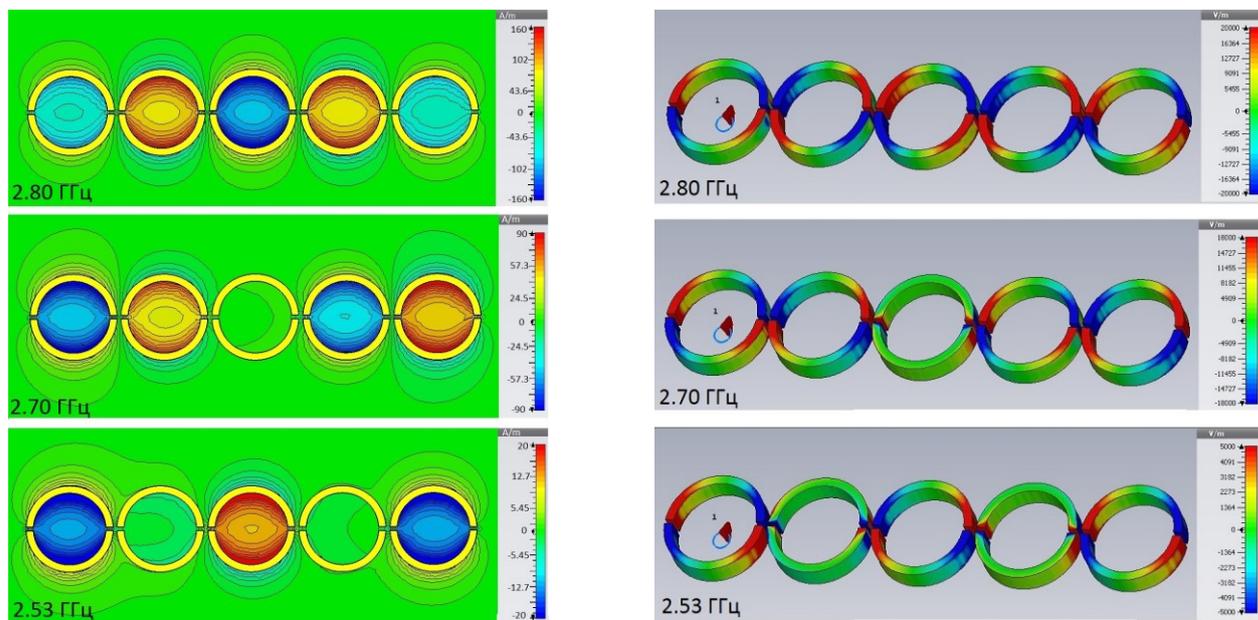


Рисунок 30 – Распределение амплитуды магнитного поля (слева) и поверхностное распределение зарядов (справа) в линейной структуре из 5 метаатомов на различных частотах возбуждения. Расстояние между элементами – 1 мм, резонансная частота отдельного элемента – 2.55 ГГц.

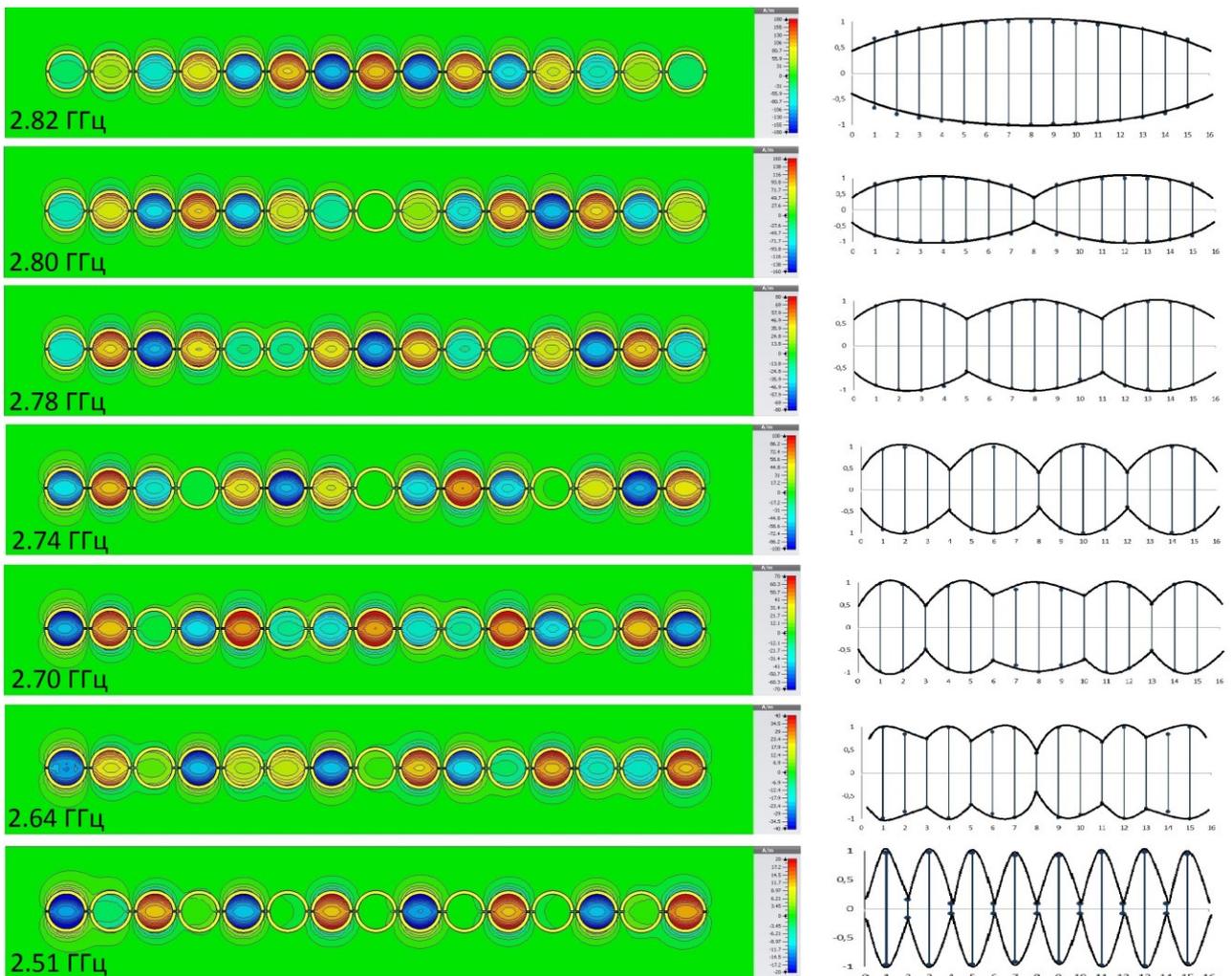


Рисунок 31 – Распределение амплитуды магнитного поля в линейной структуре из 15 метаатомов (слева) и соответствующее ему схематическое изображение мод стоячей волны (справа) на различных частотах возбуждения. Расстояние между элементами – 1 мм, резонансная частота отдельного элемента – 2.55 ГГц.

Аналогичные результаты были получены в работе [24]. Ниже по частоте можно различить резонансы, соответствующие модам стоячей волны более высоких порядков. Чем больше элементов в линейной структуре, тем большее количество мод будет хорошо различимо.

В дальнейшем мы планируем развить теорию электроиндуктивных волн с учетом запаздывания и экспериментально исследовать дисперсию электроиндуктивных волн в магнитных метаматериалах с преобладающим электрическим взаимодействием между метаатомами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено экспериментальное, аналитическое и численное исследование взаимодействия дважды расщепленных кольцевых резонаторов в ГГц диапазоне для создания метаматериала с преимущественно электрическим взаимодействием. В частности:

- Для данных элементов при ориентации их в плоскости так, что щели находятся на одной оси, впервые получены распределения поверхностных зарядов, распределение электрического и магнитного полей для одного и двух элементов вблизи резонансных частот, а также для линейной структуры, состоящей из большого числа элементов. В широком диапазоне частот определены амплитуды и фазы сигналов, пропорциональных токам в элементах.

- Экспериментально подтверждена актуальность использования аналитической модели эквивалентного LC -контура в ГГц диапазоне с целью расчета резонансной частоты метаатома по его геометрическим параметрам.

- Экспериментально и методами численного моделирования показано, что в системе двух взаимодействующих элементов на нижнем резонансе токи возбуждаются практически в фазе, на верхнем - в противофазе, что позволяет сделать вывод о преобладающем электрическом характере взаимодействия и утверждать, что коэффициент взаимодействия – положительный. Данный факт также был подтвержден с помощью аналитических расчетов для двух взаимодействующих метаатомов в ГГц диапазоне, в результате которых были определены коэффициенты взаимодействия k_H и k_E .

- Установлено хорошее согласие теоретических, численных и экспериментальных данных для коэффициента полного взаимодействия элементов, расположенных на различных расстояниях друг от друга.

- Получены численные результаты для распределения зарядов и токов в широком частотном диапазоне в линейном магнитном метаматериале из 5, 11, и 15 метаатомов с электрическим взаимодействием между ними.

- Показано, что в данных структурах на определенных частотах возникают собственные моды возбуждения, соответствующие стоячим электроиндуктивным волнам.

Таким образом, использование дважды расщепленных кольцевых резонаторов позволит создать магнитный метаматериал с преимущественно электрическим взаимодействием элементов для исследования особенностей распространения электроиндуктивных волн.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Bilotti F., Sevgi L. Metamaterials: Definitions, properties, applications, and FDTD-based modeling and simulation. *International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering*, v.22, Is. 4, p.422–438. 2012
2. Веселаго В.Г. Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями ϵ и μ . *УФН*, т.92, с.512-517. 1968
3. Smith D.R., Padilla W.J., Vier D.C., Nemat-Nasser S.C., Schultz S. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity. *Phys.Rev.Lett.*, v.84, p.4184-4187. 2000
4. Вольян О.Д., Кузьмичев А.И. Отрицательное преломление волн. Введение в физику и технологию электромагнитных метаматериалов. Аверс. 360 стр. 2012
5. Marques R., Martel J., Mesa F., Medina F. A new 2d isotropic left-handed metamaterial design: theory and experiment. *Microw.Opt.Technol.Lett.*, v. 36, p. 405–408. 2002
6. Sydoruk O, Shamonin M., Radkovskaya A., Zhuromskyy O, Shamonina E., Trautner R., Stevens C.J., Faulkner G., Edwards D.J., Solymar L. A mechanism of subwaves imaging with bi-layered magnetic metamaterials: theory and experiment. *J.Appl.Phys.*, v.101, p.073903-1-8. 2007
7. Stevens C.J. Magnetoinductive waves and wireless power transfer. *IEEE Trans. Power Electron*, v.30, p.6182-6190. 2014
8. Shamonina E., Kalinin V.A., Ringhofer K.H., Solymar L. Magneto-inductive waveguide. *Electron.Lett.*, v.38, p.371-372. 2002
9. Solymar L., Shamonina E. *Waves in Metamaterials*. Oxford Univ.Press., Oxford. 385 p. 2009
10. Hesmer F., Tatartschuk E., Zhuromskyy O., Radkovskaya A., Shamonin M., Hao T., Stevens C.J., Edwards D.J., Faulkner G., Shamonina E. Coupling mechanisms for split ring resonators: Theory and experiment. *Phys.Stat.Sol. B*, v.244, p.1170-1174. 2007

11. Tatartschuk E., Gneiding N., Hesmer F., Radkovskaya A., Shamonina E. Mapping inter-element coupling in metamaterials: Scaling down to infrared. *J.Appl.Phys.*, v.111, p.094904-1-9. 2012
12. Zhou J., Koschny T., Kafesaki M., Economou E.N., Pendry J.B., Soukoulis C.M. Saturation of the magnetic response of split-ring-resonators at optical frequencies. *Phys.Rev.Lett.*, v.95, p.223902-1-4. 2005
13. Radkovskaya A., Shamonina E. Band structure of Mono- and Diatomic Metamaterials with Inter-Element Coupling. 7th International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics – Metamaterials. Thesis, Bordeaux. France. 2013
14. Radkovskaya A., Shamonin M., Stevens C.J., Faulkner G., Edwards D.J., Shamonina E., Solymar L. An experimental study of the properties of magnetoinductive waves in the presence of retardation. *JMMM*, v.300, p.29-32. 2006
15. Petrov P., Radkovskaya A., Shamonina E. Retrieval of electric and magnetic coupling coefficients. 9th International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics – Metamaterials. Thesis, Oxford, United Kingdom, p.913-915. 2015
16. Петров П.С. Определение коэффициентов электрического и магнитного взаимодействия элементов метаматериала в ГГц диапазоне. Сборник тезисов международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов-2016», Москва. 2016
17. Klein M.W., Enkrich C., Wegener M., Soukoulis C. M., Linden S. Single-slit split-ring resonators at optical frequencies: limits of size scaling. *Opt.Lett.*, v.31, p.1259-1261. 2006
18. Grover F.W. Inductance calculations: working formulas and tables. Instrument Society of America, Research Triangle Park, N.C. 1981
19. Delgado V., Sydoruk O., Tatartchuk E., Marques R., Freire M., Jelinek L. Analytical circuit model for split ring resonators in the optical frequency range. *Metamaterials*, No.3, p. 57–62. 2009

20. Sydoruk O., Tatartschuk E., Shamonina E., Solymar L. Analytical formulation for the resonant frequency of split rings. *J.Appl.Phys.*, v.105, p.014903-1-4. 2009
21. Пальванова Г.С. Фононоподобная дисперсия в дискретных магнитных метаматериалах в МГц диапазоне. Дипломная работа. Физический факультет МГУ имени М.В.Ломоносова. Москва. 50 стр. 2014
22. Радковская А.А., Прудников В.Н. Захаров П.Н., Бабушкин А.К., Королев А.Ф., Сухоруков А.П. Волны в магнитных метаматериалах с сильным взаимодействием между элементами. Суперлинза. Специальный физический практикум. Физический факультет МГУ имени М.В.Ломоносова. Москва. 43 стр. 2009
23. Кирюшечкина С.В. Исследование взаимодействия элементов магнитных метаматериалов с преобладающим электрическим взаимодействием в ГГц диапазоне. Сборник тезисов международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов-2016», Москва. 2016
24. Zhuromskyy O., Shamonina E. Solymar L. 2D metamaterials with hexagonal structure: spatial resonances and near field imageing. *Opt.Exp.*, v.13. p.9299-9309. 2005

БЛАГОДАРНОСТИ

Выражаю сердечную благодарность своему научному руководителю доценту кафедры магнетизма Анне Александровне Радковской за чуткое руководство, ценные советы, за интересную тему исследования и помощь, оказанную при выполнении данной работы, а также за ее терпение и моральную поддержку в трудные минуты.

Искренне благодарю доцента Ольгу Анатольевну Котельникову за рецензирование работы, важные замечания и внимательность.

Благодарю всех сотрудников кафедры магнетизма за создание благоприятной атмосферы для обучения на кафедре и ответственный подход к процессу профессиональной подготовки будущих выпускников.

Большое спасибо профессору Валерию Николаевичу Прудникову за помощь в изготовлении образцов и за полученные в процессе обучения на кафедре знания по методике проведения эксперимента.

Особая признательность выражается моему коллеге Петрову Павлу Сергеевичу за его отзывчивость и помощь в решении трудностей, возникавших в ходе работы.

Отдельная благодарность выражается сотрудникам кафедры фотоники и физики микроволн доц. А.Ф.Королеву, доц. П.Н.Захарову и А.А.Белову за возможность проведения экспериментальных исследований на установке, созданной на базе векторного анализатора спектра фирмы *Rohde&Schwarz*.

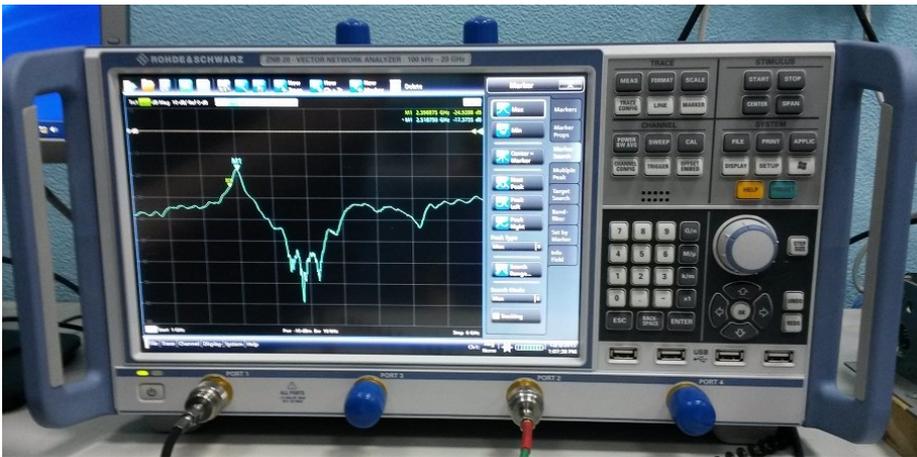
ПРИЛОЖЕНИЕ

Описание экспериментальной установки

Экспериментальная часть работы была выполнена на измерительной установке, построенной на базе векторного анализатора спектра Rohde-Schwarz ZNB20 (Рис.32а). Данная установка позволяет перемещать в автоматическом режиме приемную антенну с микронным разрешением вдоль одного направления. Приемная и возбуждающая антенны подключаются к векторному анализатору спектра и представляют собой коаксиальный кабель, внутренний провод которого запаян на внешнюю оплетку кабеля (Рис.32б).

Приемная антенна расположена на подвижном блоке, который в автоматическом режиме с заданным шагом перемещается вдоль горизонтальной линии, что позволяет устанавливать приемную антенну в строго заданном месте.

В данной работе измерения проводились в диапазоне от 1 до 4 ГГц с шагом $1,87 \cdot 10^{-3}$ ГГц по частоте. Помимо сигналов от элементов, снимался уровень шума для его учета при обработке данных.



а



б

Рисунок 32 – (а) внешний вид векторного анализатора спектра Rohde-Schwarz ZNB 20, (б) приемной антенны: коаксиальный кабель, внутренний провод которого запаян на внешнюю оплетку кабеля, образует кольцо радиуса 3 мм.

Таблица 7. Технические характеристики векторного анализатора спектра
Rohde-Schwarz ZNB20

Диапазон частот	от 100 кГц до 20 ГГц
Количество измерительных портов	4
Время измерения одной точки при полосе ПЧ 500 кГц, режим CW	< 2,5 мкс
Время измерения и передачи данных (201 точка) при полосе ПЧ 1 МГц	< 3 мс
Время переключения между каналами (2001 точка) между наборами настроек (2001 точка)	< 5 мс < 5 мс
Динамический диапазон в полосе измерения 10 Гц (без опций ступенчатых аттенюаторов)	от 100 кГц до 50 МГц: >120 дБ (тип. 138 дБ) от 50 МГц до 4 ГГц: >130 дБ (тип. 140 дБ)
Полоса ПЧ	от 1 Гц до 1 МГц
Выходная мощность измерительного порта	от -60 до 8.. 12 дБмВт (тип. 15 дБмВт)
Количество каналов, диаграмм, кривых	>100 для каждого
Количество точек на кривую	от 2 до 100001