

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИАНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. М.В. ЛОМОНОСОВА

---

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
Кафедра магнетизма

Дипломная работа

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СПИНОВОГО ЭФФЕКТА ХОЛЛА  
В МАГНИТНОЙ НАНОГЕТЕРОСТРУКТУРЕ**

Выполнил —  
студентка 6-го курса, 619 группы  
Гриценко Юлия Витальевна

Научный руководитель —  
старший научный сотрудник, к. ф.-м. н.  
Стрелков Никита Викторович

ДОПУЩЕН К ЗАЩИТЕ

Зав. каф. магнетизма  
д. ф.-м. н., профессор Перов Н.С.

Москва – 2014

# Содержание

<b>Введение . . . . .</b>	<b>3</b>
<b>1 Литературный обзор . . . . .</b>	<b>4</b>
1.1 Классический и Аномальный эффекты Холла . . . . .	4
1.2 Спиновый эффект Холла . . . . .	5
1.3 Теория спин-поляризованного электронного транспорта . . . . .	8
<b>2 Теоретическая модель . . . . .</b>	<b>15</b>
2.1 Система транспортных диффузных уравнений . . . . .	15
2.2 Гетероструктура Cu/Pt/Co и граничные условия . . . . .	17
<b>3 Результаты моделирования . . . . .</b>	<b>18</b>
3.1 Распределение спиновой аккумуляции вдоль оси OZ . . . . .	18
3.2 Угловая зависимость торков от $\theta$ при $\varphi = 0$ . . . . .	19
3.3 Угловая зависимость торков от $\theta$ при $\varphi = 90^\circ$ . . . . .	20
3.4 Выводы . . . . .	21
<b>Список литературы . . . . .</b>	<b>23</b>

# Введение

С момента предсказания Спинового эффекта Холла (СЭХ) в 1971 году [1] прошло несколько десятков лет, прежде чем появились первые экспериментальные наблюдения этого явления, отражённые в ряде работ [2, 3]. И в настоящее время интерес к этому явлению не ослабевает из-за набирающей популярность новой области физики – спинtronики [4]. В спинtronике исследуется электронный транспорт, где учитывается не только перенос электрического заряда, но и перенос такого квантового свойства электрона как спин. Поэтому спинtronику считают одним из разделов квантовой электроники.

Суть СЭХ заключается в отклонении электронов с различным направлением спина к противоположным сторонам немагнитного<sup>1</sup> проводника перпендикулярно направлению тока. Это происходит вследствие анизотропии рассеяния электронов, вызванной спин-орбитальным взаимодействием. Можно привести аналогию с теннисным шариком, который при ударе о поверхность стола отклоняется в направлении, определяемым направлением вращения шарика.

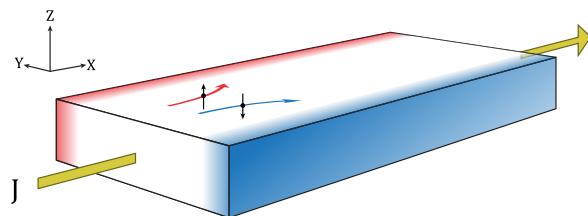


Рис. 1: Иллюстрация СЭХ. Электрический ток  $J$  индуцирует спиновую аккумуляцию на боковых границах проводника. Её величина гораздо больше равновесной спиновой поляризации во внешнем магнитном поле.

Благодаря спинtronике появился такой электронный компонент, как память MRAM (Magnetic Random Access Memory) – магниторезистивная память с произвольным доступом. Достоинством такого типа памяти является её энергонезависимость и быстродействие. Существующие на сегодняшний день механизмы изменения логического состояния ячейки памяти MRAM по-прежнему интенсивно исследуются для увеличения быстродействия, повышения отказоустойчивости, снижения энергопотребления и снижения стоимости производства.

В данной работе СЭХ рассматривается, как основа для альтернативного механизма записи ячеек MRAM с помощью индуцированной электрическим током спиновой поляризации.

---

<sup>1</sup> с одинаковой концентрацией электронов со спином “вверх” и “вниз”

# Глава 1

## Литературный обзор

### 1.1 Классический и Аномальный эффекты Холла

Классический или нормальный эффект Холла был обнаружен в 1879 году Эдвином Холлом [5] в экспериментах с золотой пластинкой во внешнем магнитном поле. При протекании тока  $J_x$  через золотую пластинку возникла поперечная разность потенциалов  $U_y$ , зависящая от напряжённости магнитного поля  $H_z$ . Причиной этого эффекта является сила Лоренца, которая отклоняет движущиеся в токе электроны в направлении  $y$ . Позднее Холл исследовал этот эффект в ферромагнитных образцах и обнаружил, что в них величина его на порядок больше, сильно зависит от температуры, а зависимость от внешнего магнитного поля нелинейна [6]. Эффект был назван Спонтанным или Аномальным эффектом Холла (АЭХ), так как существовал в отсутствии внешнего магнитного поля. Простого объяснения такого поведения эффекта не нашлось, и только в 1932 году появилась знаменитая эмпирическая формула для поперечного сопротивления Холла [7]:

$$\rho_{xy} = -\rho_{yx} = U_y/J_x = R_0 B_z + 4\pi R_s M_z, \quad (1.1)$$

где  $R_0$  – коэффициент Холла,  $R_s$  – коэффициент АЭХ.

В 1954 году был предложен первый механизм возникновения АЭХ [8], где рассматривалась периодическая решётка в однородном электрическом поле  $E_x$ , которое создавало постоянный электрический ток. В работе было рассчитано влияние этого поля и спин-орбитального взаимодействия на Блоховские волновые функции. В результате был получен ток  $J_y$  пропорциональный намагниченности  $M_z$  и полю  $E_x$ . Коэффициент АЭХ в данной теории был пропорционален квадрату сопротивления материала  $R_s \sim \rho^2$ . К сожалению, этот механизм, названный “собственный”, не объяснял сильную зависимость от концентрации примесей. И наблюдалася экспериментально зависимость  $R_s \sim \rho^n$  давала значения  $n$  от 1 до 2 для различных материалов и совпадала с теоретическим результатом ( $n = 2$ ) только при температурах выше Дебаевской.

Через год, в 1955 году Ян Смит счёл работу авторов этого механизма недостаточно полной и показал, что их вклад полностью компенсируется при решении кинетического уравнения с учётом рассеяния на примесях [9]. Доказав неточность их теории, он предложил свой механизм возникновения АЭХ в результате асимметричного рассеяния (skew scattering) за счёт спин-орбитального взаимодействия на потенциалах примесей [10]. Смит показал, что при нулевой температуре и малых концентрациях примесей, когда потенциал рассеяния  $V \ll E_F$  зависимость коэффициента АЭХ от сопротивления металла становится линейной  $R_s \sim \rho$ .

В 1970 был предложен ещё один механизм АЭХ – механизм бокового скачка или бокового смещения (side-jump) [11]. Он заключался в резком изменении траектории электрона под действием спин-орбитального взаимодействия при рассеянии на примеси. Этот механизм да-

вал зависимость  $R_s \sim \rho^2$ , так же как и собственный механизм, но с учетом концентрации примесей.

## 1.2 Спиновый эффект Холла

Только через 16 лет, после теории АЭХ Смита российские учёные Михаил Дьяконов и Владимир Перель предположили, что в результате асимметричного рассеяния на противоположных краях проводника перпендикулярно току скапливаются электроны с противоположно направленными спинами [1] (рис. 1 и рис. 1.1). Кроме того, они феноменологически установ-

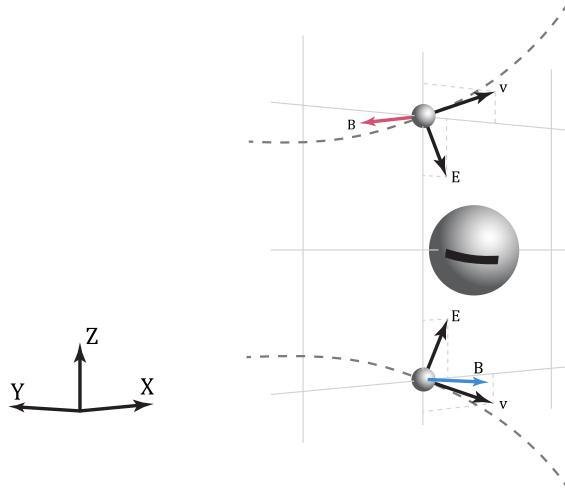


Рис. 1.1: Рассеяние электрона на отрицательно заряженном центре. Движущийся электрон создаёт магнитное поле  $\vec{B} \sim [\vec{v} \times \vec{E}]$  [12], с которым взаимодействует спин. Магнитные поля имеют противоположные направления для электронов рассеянных в противоположные стороны.

вили связь между электрическим и спиновым током через спин-орбитальное взаимодействие. Электрический ток порождает спиновый, а неоднородность спиновой плотности порождает электрический ток. Сам термин “Спиновый эффект Холла” возник только в 1999 году [13], где автор одноименной статьи Хорхе Хирш провёл аналогию с обычным эффектом Холла, где заряды разного знака так же как и спины отклоняются к противоположным краям проводника под действием силы Лоренца.

Плотности электронного и спинного токов в обозначениях [14] без учёта спин-орбитального взаимодействия равны соответственно:

$$\vec{q}^{(0)} = -\mu n \vec{E} - D \vec{\nabla} n, \quad (1.2)$$

$$q_{ij}^{(0)} = -\mu E_i P_j - D \frac{\partial P_j}{\partial x_i}, \quad (1.3)$$

где  $\mu$  – подвижность электронов,  $D$  – коэффициент диффузии,  $\vec{E}$  – приложенное электрическое поле,  $\vec{P}$  – вектор спиновой поляризации. Электрический ток связан с электронным как  $\vec{j} = -|e|\vec{q}$ .

Спин-орбитальное взаимодействие делает эти токи зависимыми друг от друга:

$$q_i = q_i^{(0)} + \gamma \epsilon_{ijk} q_{jk}^{(0)}, \quad (1.4)$$

$$q_{ij} = q_{jk}^{(0)} - \gamma \epsilon_{ijk} q_k^{(0)}, \quad (1.5)$$

где  $\epsilon_{ijk}$  – единичный ассиметричный тензор Леви-Чивиты,  $\gamma$  – безразмерная константа пропорциональная величине спин-орбитального взаимодействия. Подставляя (1.2) и (1.3) в (1.4) и (1.5) получаются полные выражения для электрического и спинного тока соответственно:

$$\vec{j}/e = \mu n \vec{E} + D \vec{\nabla} n + \beta [\vec{E} \times \vec{P}] + \delta [\vec{\nabla} \times \vec{P}], \quad (1.6)$$

$$q_{ij} = -\mu E_i P_j - D \frac{\partial P_j}{\partial x_i} + \epsilon_{ijk} \left( \beta n E_k + \delta \frac{\partial n}{\partial x_k} \right), \quad (1.7)$$

где  $e$  – заряд электрона,  $\beta = \gamma \mu$  и  $\delta = \gamma D$ . Выражения (1.6) и (1.7) дополняются уравнением непрерывности для вектора спиновой плотности:

$$\frac{\partial P_j}{\partial t} + \frac{\partial q_{ij}}{\partial x_i} + [\vec{\Omega} \times \vec{P}]_j + \frac{P_j}{\tau_s} = 0, \quad (1.8)$$

где вектор  $\vec{\Omega}$  направлен вдоль приложенного внешнего магнитного поля и численно равен частоте прецессии спина в этом поле,  $\tau_s$  – время спиновой релаксации.

Третий член в выражении для электрического тока (1.6)  $\beta [\vec{E} \times \vec{P}]$  приводит к возникновению АЭХ. Четвёртый член  $\delta [\vec{\nabla} \times \vec{P}]$  приводит к возникновению электрического тока при наличии неоднородности спиновой плотности. Последний член в выражении (1.7) как раз определяет то, что называется Спиновым эффектом Холла – возникновение спинового тока перпендикулярного электрическому, что приводит к аккумуляции спинов разных направлений на противоположных краях проводника. Из приведённых формул видно, что механизм порождающий АЭХ так же приводит и к СЭХ и наоборот.

Можно рассмотреть бесконечный проводник в электрическом поле  $\vec{E} = (E_x, 0, 0)$ , который расположен в области  $y > 0$ , и край его лежит вдоль оси  $y = 0$ . Тогда, уравнение (1.8) в устойчивом состоянии, когда  $\partial \vec{P} / \partial t = 0$  с подставленным туда выражением для спинового тока (1.7) и граничным условием  $q_{yy} = 0$  приведёт к уравнению диффузии:

$$\begin{aligned} D \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} &= \frac{\vec{P}}{\tau_s}, \\ \frac{\partial P_x}{\partial y} &= 0, \quad \frac{\partial P_z}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial P_z}{\partial y} = \frac{\beta n E_x}{D} \end{aligned} \quad (1.9)$$

Решение этого уравнения приведёт к результату:

$$P_z(y) = P_z(0) \exp(-y/L_s), \quad P_z(0) = -\beta n E_x L_s / D, \quad P_x = P_y = 0, \quad (1.10)$$

где  $L_s = \sqrt{D \tau_s}$  – спин-диффузионная длина.

Из результата (1.10) видно, что индуцированная электрическим током спиновая аккумуляция существует только в небольшом слое вблизи края проводника. Толщина этого слоя порядка спин-диффузионной длины  $L_s$ .

Подтвердить эти выводы экспериментально удалось только через 33 года после работы Дьяконова и Переля двумя группами ученых из университета Санта-Барбары (США) [2] и Кембриджского Университета (Великобритания) [3]. Для измерения спиновой поляризации применили микроскоп, действие которого основано на магнитооптическом эффекте – полярном эффекте Керра. В работе американских учёных исследовались полупроводники GaAs и InGaAs, где была зафиксирована спиновая аккумуляция вблизи краёв (рис. 1.2).

Из их результата видно, что спиновая аккумуляция имеет разный знак на противоположных краях и имеет максимальное значение в отсутствии внешнего магнитного поля. Авторы впервые доказали возможность влиять на спины электронов в немагнитном материале без использования магнитного поля.

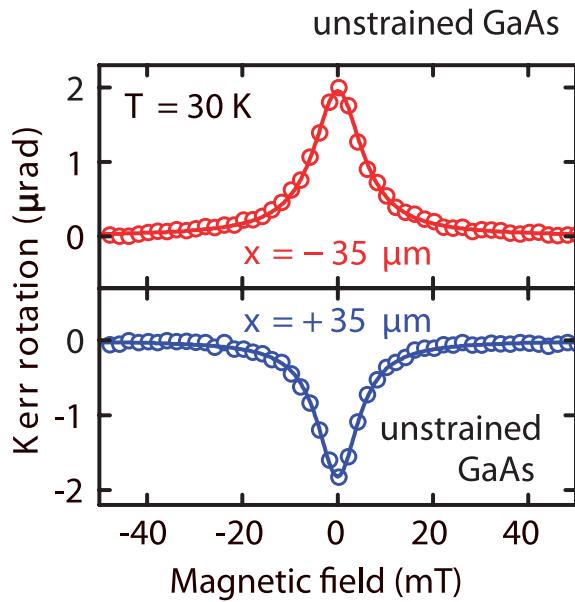


Рис. 1.2: Зависимость поворота угла поляризации сканирующего луча микроскопа от приложенного магнитного поля вблизи краёв образца GaAs при  $T = 30\text{K}$  из работы [2] (Fig.1B).

Эти экспериментальные работы положили начало периоду массового исследования эффекта СЭХ в различных материалах. В одной из недавних работ был обнаружен гигантский СЭХ в пластинке из золота, достигающий угла СЭХ  $\gamma_{\text{SH}} \approx 0.1$  [15]. Углом СЭХ называют отношение поперечной проводимости СЭХ к проводимости материала  $\sigma_{\text{SH}}/\sigma_0$ .

В одной из работ проводились измерения крутящих моментов (торков), возникающих в ферромагнитных слоях наноразмерных гетероструктур AlO/Co/Pt и MgO/CoFeB/Ta [16]. Эти торки называются “спин-орбитальными” и появляются за счет возникновения поляризации электронов в результате СЭХ.

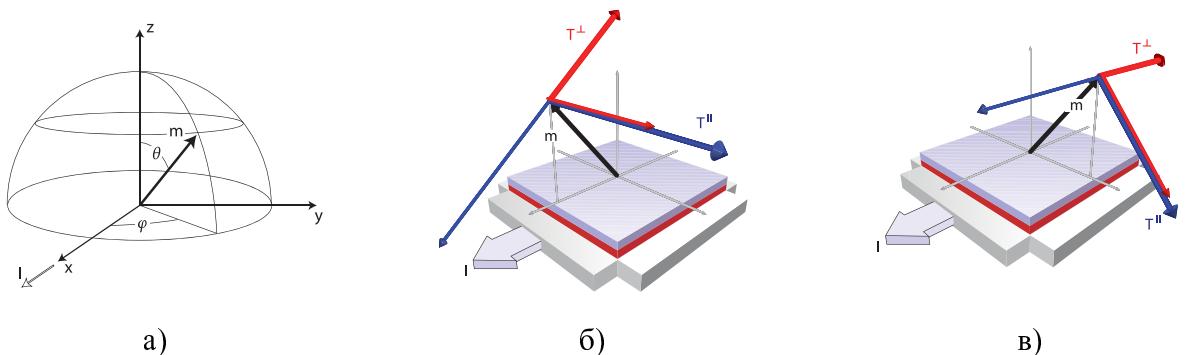


Рис. 1.3: Схема измерения торков. Ток направлен вдоль оси ОХ. Спиновая поляризация возникает вдоль оси ОY. Толстыми стрелками обозначены величины и направления торков, тонкими – величины и направления эффективных полей соответствующих торкам. **а)** выбранная система координат и углы вектора намагниченности  $\vec{m}$ , **б)** направления торков при  $\varphi = 0$ , **в)** направления торков при  $\varphi = 90^\circ$ .

Из рис. 1.3 видно, что при значении угла  $\varphi = 0$  торк  $T^{\parallel}$  всегда направлен вдоль оси ОY, а при  $\varphi = 90^\circ$  торк  $T^{\perp}$  вдоль оси ОХ. Измерения проводились при переменном токе силой  $10^7\text{-}10^8 \text{ A/cm}^2$ , который возбуждал небольшие осцилляции намагниченности  $\vec{m}$  во внешнем магнитном поле  $\vec{B}_{\text{ext}}$ . Поля торков вычислялись по значениям вторых гармоник возникаю-

щего ЭДС Холла. Результат измерений был аппроксимирован функциями:

$$B^\perp = -\cos \theta \sin \varphi (T_0^\perp + T_2^\perp \sin^2 \theta), \quad (1.11)$$

$$B^\parallel = \cos \varphi (T_0^\parallel + T_2^\parallel \sin^2 \theta), \quad (1.12)$$

где  $T_0^\perp = -11 \pm 0.7$  мТл,  $T_2^\perp = -11.2 \pm 0.6$  мТл,  $T_0^\parallel = 19 \pm 0.5$  мТл,  $T_2^\parallel = 2 \pm 1$  мТл. В данной работе мы сделали попытку смоделировать этот эксперимент используя уравнения (1.6)-(1.8) и диффузную теорию спин-поляризованного электронного транспорта.

### 1.3 Теория спин-поляризованного электронного транспорта

Влияние спина на проводимость металлов известно уже давно. Ещё в 1936 году Мотт предложил квантовую теорию проводимости ферромагнитных металлов, где разделил вклады от s и d электронов [17]. Он показал, что сопротивление Ni образуется во многом благодаря электронам проводимости, рассеиваемыми вибрирующими атомами решётки в d зоне. Чтобы объяснить аномальное увеличение сопротивления Ni вблизи точки Кюри Мотт заключил, что при низких температурах, когда намагниченность максимальна, преобладающее количество вакантных состояний для электронов (“дырок”) в d оболочке имеют одинаковое направление спина противоположно намагниченности. Соответственно, из неполяризованного потока электронов проводимости только примерно половина смогут быть рассеяны в d зону. А при температуре близкой к температуре Кюри, когда намагниченность нулевая, “дырки” так же будут неполяризованы. В таком случае почти все электроны проводимости будут рассеяны в d зону и, соответственно, внесут свой вклад в сопротивление.

Дальнейшие исследования влияния спина на транспортные свойства электронов основывались на решении квазиклассического кинетического уравнения Больцмана:

$$\frac{\partial f(\vec{r}, \vec{p}, t)}{\partial t} + \frac{\partial f(\vec{r}, \vec{p}, t)}{\partial \vec{r}} \frac{\vec{p}}{m} + \frac{\partial f(\vec{r}, \vec{p}, t)}{\partial \vec{p}} \vec{F}(\vec{r}, t) = I_c, \quad (1.13)$$

где искомая функция  $f(\vec{r}, \vec{p}, t)$  – функция распределения плотности, которая равна числу частиц в фазовом объёме  $d\vec{r}d\vec{p}$  в момент времени  $t$ . Первое слагаемое определяет эволюцию функции распределения во времени и в стационарном случае равно нулю. Второе слагаемое называется “диффузным” членом, где  $\vec{p}$  – импульс частицы, а  $m$  – её масса. Третье слагаемое – “полевой” или “дрейфовый” член, где  $\vec{F}(\vec{r}, t)$  – поле сил, действующее на частицы.  $I_c$  – так называемый интеграл столкновений, который в общем случае имеет вид:

$$I_c = \int [f(\vec{r}, \vec{v}', t) w(\vec{v}', \vec{v}) - f(\vec{r}, \vec{v}, t) w(\vec{v}, \vec{v}')] d\vec{v}', \quad (1.14)$$

где  $w(\vec{v}, \vec{v}') d\vec{v}' dt$  – вероятность рассеяния частицы из состояния со скоростью  $\vec{v}$  в состояние со скоростью  $\vec{v}'$ . Поскольку в равновесном состоянии системы частиц все слагаемые уравнения (1.13) равны нулю, то и интеграл столкновений так же обращается в нуль. Если представить функцию распределения плотности как сумму двух слагаемых – равновесного и неравновесного  $f = f_0 + f_1$ , то при слабых возмущениях системы интеграл столкновений можно представить в виде:

$$I_c = -\frac{f_1}{\tau} = -\frac{f - f_0}{\tau}, \quad (1.15)$$

где  $\tau$  – характерное время релаксации. Такое приближение называется “приближением времени релаксации” и часто используется при вычислениях транспортных свойств систем.

В общем случае, электронный транспорт является следствием разности химических потенциалов между двумя соединёнными друг с другом электронными резервуарами, которые

находятся в полном термодинамическом равновесии. Химическим потенциалом  $\mu$ , по определению, называют энергию, необходимую для того, чтобы добавить в систему один электрон. Обычно, его выбирают равным нулю на уровне энергии Ферми. При малых отклонениях от равновесия химический потенциал будет равен избыточной концентрации электронов  $n$  делёной на плотность состояний на уровне Ферми  $\mu = n/N(E_F)$ . Кроме избыточной концентрации электроны могут так же иметь и потенциальную энергию, например, во внешнем электрическом поле  $\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi$ . Тогда, к химическому потенциалу резервуара с потенциалом  $V$  необходимо добавить ещё одно слагаемое, и получим  $\mu' = \mu - |e|V$ . При этом, для небольших отклонений от равновесия должно выполняться условие  $|eV| \ll kT$ .

Из вышесказанного следует, что причиной электронного транспорта из одного резервуара в другой ( $\vec{\nabla}\mu$ ) может служить как пространственное различие концентраций  $\vec{\nabla}n \neq 0$  (отличный от нуля “диффузный” член в (1.13)), так и пространственная неоднородность потенциала  $\vec{\nabla}V \neq 0$  (отличный от нуля “дрейфовый” член). Обе этих причины эквивалентны при малых отклонениях от равновесия, и связаны между собой соотношением Эйнштейна-Смолуховского:

$$\sigma = e^2 N(E_F) D, \quad (1.16)$$

где  $\sigma$  – электрическая проводимость,  $N(E_F)$  – плотность состояний на уровне Ферми,  $D = 1/3(v_F\ell_e)$  – коэффициент диффузии,  $v_F$  – скорость электронов на уровне Ферми,  $\ell_e$  – длина свободного пробега электронов.

В 1968 году Альберт Ферт и Йен Кембелл предложили двухтоковую теорию проводимости, где разделили электрический ток на два канала – с электронами со спином “вверх” и спином “вниз” [18]. Для поиска сопротивления в такой модели, авторы записали систему уравнений Больцмана:

$$\begin{aligned} e(\vec{E} \vec{v}) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} &= -\frac{f_\uparrow - f_0}{\tau_\uparrow} - \frac{f_\downarrow - f_0}{\tau_{\uparrow\downarrow}}, \\ e(\vec{E} \vec{v}) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} &= -\frac{f_\downarrow - f_0}{\tau_\downarrow} - \frac{f_\uparrow - f_0}{\tau_{\uparrow\downarrow}}, \end{aligned} \quad (1.17)$$

где  $\tau_{\uparrow(\downarrow)}$  – время релаксации спинов “вверх” (“вниз”),  $\tau_{\uparrow\downarrow}$  – дополнительное время релаксации, связанное с процессами спин-флипа и электрон-электронных столкновений. Последний параметр связывает два уравнения из системы (1.17) и отвечает за процессы перехода электрона из одного токового канала в другой. Решение системы уравнений приводит к результатирующему сопротивлению:

$$\rho = \frac{\rho_\uparrow \rho_\downarrow + \rho_{\uparrow\downarrow} (\rho_\uparrow + \rho_\downarrow)}{\rho_\uparrow + \rho_\downarrow + 4\rho_{\uparrow\downarrow}}, \quad (1.18)$$

где  $\rho_{\uparrow(\downarrow)} = m/ne^2\tau_{\uparrow(\downarrow)}$ ,  $\rho_{\uparrow\downarrow} = m/ne^2\tau_{\uparrow\downarrow}$ ,  $m$  – эффективная масса электронов,  $n$  – концентрация электронов,  $e$  – заряд электрона.

Дальнейшее развитие эта теория получила в 1987 году в работе голландских учёных [19], которые исследовали одномерное пространственное распределение потенциалов для каждого из спиновых каналов вблизи границы ферромагнитного металла F и немагнитного металла N. Поскольку проводимости для каждого канала различны:  $\sigma^\uparrow = \alpha\sigma$ ,  $\sigma^\downarrow = (1-\alpha)\sigma$ , то и токи будут так же отличаться  $j^\uparrow = \beta j$ ,  $j^\downarrow = (1-\beta)j$ . Токи определяются градиентом химического потенциала:

$$\vec{j}^{\uparrow(\downarrow)} = -\frac{\sigma^{\uparrow(\downarrow)}}{|e|} \vec{\nabla}\mu^{\uparrow(\downarrow)}. \quad (1.19)$$

В ферромагнитном металле значение  $\alpha = \alpha_F$ , а в немагнитном  $\alpha = 1/2$  и меняется скачкообразно на интерфейсе. Однако, токи должны меняться непрерывно, то есть нормальная компонента токов  $j^\uparrow$  и  $j^\downarrow$  на интерфейсе должна совпадать, следовательно  $\beta$  является непрерывной

функцией координаты. Вдали от интерфейса электроны со спинами “вверх” и “вниз” находятся в равновесном состоянии, и химические потенциалы совпадают  $\mu^\uparrow - \mu^\downarrow = 0$ . Поэтому, вдали от интерфейса  $\beta_F = \alpha_F$  и  $\beta_N = 1/2$ .

Чтобы учесть процессы переворота спина (смешивание каналов) вводится время релаксации  $\tau^{\uparrow\downarrow}$  – среднее время за которое спин “вверх” перевернётся. И такое же время  $\tau^{\downarrow\uparrow}$  для обратного процесса. Тогда, для соблюдения постоянства числа частиц уравнения непрерывности токов записываются как:

$$\begin{aligned} \frac{1}{|e|} \vec{\nabla} \vec{j}^\uparrow &= -\frac{n^\uparrow}{\tau^{\uparrow\downarrow}} + \frac{n^\downarrow}{\tau^{\downarrow\uparrow}}, \\ \frac{1}{|e|} \vec{\nabla} \vec{j}^\downarrow &= +\frac{n^\uparrow}{\tau^{\uparrow\downarrow}} - \frac{n^\downarrow}{\tau^{\downarrow\uparrow}}, \end{aligned} \quad (1.20)$$

где  $n^{\uparrow(\downarrow)} = \mu^{\uparrow(\downarrow)} N^{\uparrow(\downarrow)}(E_F)$  – избыточная концентрация электронов со спином “вверх” (“вниз”). В равновесном процессе количество переходов “вверх”-“вниз” и “вниз”-“вверх” в среднем по времени должно быть одинаково, поэтому соблюдается условие  $N^\uparrow(E_F)/\tau^{\uparrow\downarrow} = N^\downarrow(E_F)/\tau^{\downarrow\uparrow}$ . Тогда, подставляя (1.19) в (1.20) получим уравнение для химического потенциала:

$$\Delta(\mu^\uparrow - \mu^\downarrow) = \frac{\mu^\uparrow - \mu^\downarrow}{\lambda_{sf}^2}, \quad (1.21)$$

где  $1/\lambda_{sf}^2 = 1/D^\uparrow \tau^{\uparrow\downarrow} + 1/D^\downarrow \tau^{\downarrow\uparrow}$ . Решение уравнения (1.21) с оговоренными выше граничными условиями приводит к экспоненциальному характеру зависимостей химических потенциалов от координаты и показывает их поведение вблизи интерфейса. На рисунке 1.4 изображено

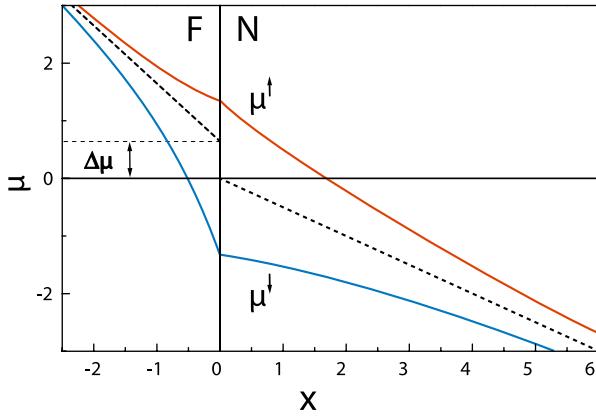


Рис. 1.4: Расщепление химического потенциала электронов со спином “вверх” и “вниз” вблизи интерфейса F/N. Пунктирной линией обозначен равновесный химический потенциал  $\mu_0 = \alpha\mu^\uparrow + (1 - \alpha)\mu^\downarrow$ , который испытывает скачёк на интерфейсе  $\Delta\mu$ . Координата  $x$  измеряется в  $\lambda_F$ , при  $\lambda_N = 5\lambda_F$ .

расщепление химических потенциалов вблизи интерфейса F/N, что приводит к возникновению спиновой аккумуляции  $\mu^\uparrow - \mu^\downarrow$ . Максимальная величина этого расщепления находится на самом интерфейсе и определяет его сопротивление:

$$R_b = \frac{\Delta\mu}{ej} = \frac{\alpha_F}{2ej} (\mu^\uparrow - \mu^\downarrow) = \frac{(2\alpha_F - 1)^2 \sigma_N^{-1} \lambda_N \sigma_F^{-1} \lambda_F}{\sigma_F^{-1} \lambda_F + 4\alpha_F (1 - \alpha_F) \sigma_N^{-1} \lambda_N}, \quad (1.22)$$

где  $\sigma_F, \sigma_N$  – проводимости ферромагнитного и немагнитного проводника соответственно,  $\lambda_F$  и  $\lambda_N$  – их спин-диффузационные длины.

В 1988 году был открыт эффект Гигантского магнитосопротивления (ГМС) Питером Грюнбергом и Альбертом Фертом, получивших за это открытие Нобелевскую премию в 2007 году. Эффект заключается в изменении электрического сопротивления ГМС-структурь при изменении величины приложенного внешнего магнитного поля. Это ещё один эффект, который имеет прямое отношение к спинtronике, так как в его основе лежит спин-зависящее рассеяние электронов на магнитной решётке. Благодаря ГМС появилось множество устройств от обычных детекторов магнитного поля до считающих головок в магнитных устройствах хранения данных с высокой плотностью записи.

ГМС-структурой называют магнитные многослойные структуры (гетероструктуры), состоящие из чередующихся магнитных и немагнитных слоёв. Теория электронного транспорта в ТПП-геометрии (ток перпендикулярен плоскости слоёв) в таких структурах была предложена в 1993 году Тьери Валетом и Альбертом Фертом [20]. Они решили кинетическое уравнение Больцмана с учётом как объёмного так и интерфейсного спин-зависящего рассеяния. Было показано, что в общем случае ток в выражении (1.19) будет иметь нелинейную поправку, зависящую от распределения тока по всей структуре. Как показали авторы, эта поправка пропорциональна  $\ell_e/\lambda_{sf}$ . То есть, при  $\lambda_{sf} \gg \ell_e$  выражения (1.19)-(1.21) остаются справедливы. Это приближение справедливо для благородных и 3d-металлов при низкой температуре, для которых выполняется условие  $\ell_e/\lambda_{sf} \leq 0.1$ . Так же, было введено понятие объемной спиновой асимметрии  $0 \leq \beta < 1$  в ферромагнитном металле, которое определялось как:

$$\begin{aligned}\rho^\uparrow &= \frac{1}{\sigma^\uparrow} = 2\rho_F(1 - \beta) \\ \rho^\downarrow &= \frac{1}{\sigma^\downarrow} = 2\rho_F(1 + \beta),\end{aligned}\quad (1.23)$$

где  $\rho_F$  – сопротивление ферромагнитного металла. Для немагнитного металла  $\beta = 0$  и  $\rho^{\uparrow(\downarrow)} = 2\rho_N$ .

Без учёта спин-зависящего рассеяния на интерфейсе результат получается несложный. Сопротивление структуры определяется выражением:

$$r^{(P,AP)} = r_0 + 2r_{SI}^{(P,AP)}, \quad (1.24)$$

где  $r_0 = (1 - \beta^2)\rho_F t_F + \rho_N t_N$ ,  $t_{F(N)}$  – толщина магнитного и немагнитного металла соответственно,  $r_{SI}$  – интерфейсное сопротивление, которое определяется как:

$$\begin{aligned}r_{SI}^{(P)} &= 2\beta^2 \frac{\rho_N \rho_F}{\rho_F \coth(t_N/2\lambda_{sf}) + \rho_N \coth(t_F/2\lambda_{sf})} \lambda_{sf} \\ r_{SI}^{(AP)} &= 2\beta^2 \frac{\rho_N \rho_F}{\rho_F \tanh(t_N/2\lambda_{sf}) + \rho_N \coth(t_F/2\lambda_{sf})} \lambda_{sf}.\end{aligned}\quad (1.25)$$

В пределе изолированных интерфейсов  $t_{F,N} \gg \lambda_{sf}$  выражения для сопротивления интерфейса (1.25) совпадают, и значение предела похоже на выражение для интерфейсного сопротивления, полученное ранее (1.22):

$$r_{SI}^0 = 2\beta^2 \frac{\rho_N \rho_F}{\rho_N + \rho_F} \lambda_{sf}. \quad (1.26)$$

В обратном пределе  $t_{F,N} \ll \lambda_{sf}$ , который наиболее интересен для изучения разность сопротивлений, определяющаяся эффект ГМС ненулевая и зависит от толщин слоёв:

$$r^{(AP)} - r^{(P)} = \beta^2 \frac{(\rho_F t_F)^2}{\rho_N t_N + \rho_F t_F}. \quad (1.27)$$

Возникновение спиновой аккумуляции внутри ферромагнитного металла может привести к изменению ориентации его намагниченности. Такую идею впервые озвучили в своих

работах в 1996 году Джон Слончевский [21] и Люк Бергер [22]. Другими словами, спин-поляризованный ток переносит помимо заряда ещё и поляризацию из слоя в слой, взаимодействуя с намагниченностью. Модель подобного спинового транспорта в ТПП геометрии была развита в 2002 году Шу-Фенг Жангом, Питером Леви и Альбертом Фертом [23]. Они рассмотрели одномерную модель, в которой полный ток представили в виде спинора:

$$\hat{j} = \hat{C}E(x) - \hat{D}\frac{\partial \hat{n}}{\partial x}, \quad (1.28)$$

где  $E(x)$  – электрическое поле,  $\hat{j}$ ,  $\hat{C}$ ,  $\hat{D}$  и  $\hat{n}$  – двухмерные матрицы тока, проводимости, константы диффузии и аккумуляции соответственно. Матрицы определяют значения этих величин для двух спиновых каналов. Их можно выразить, используя матрицы Паули:

$$\begin{aligned} \hat{C} &= C_0\hat{I} + \vec{\sigma}\vec{C}, \\ \hat{D} &= D_0\hat{I} + \vec{\sigma}\vec{D}, \\ \hat{n} &= n_0\hat{I} + \vec{\sigma}\vec{m}, \end{aligned} \quad (1.29)$$

где  $\hat{I}$  – единичная матрица,  $2n_0$  – зарядовая аккумуляция и  $\vec{m}$  – вектор спиновой аккумуляции. Подставив (1.29) в (1.28), получается выражение для полного тока  $\hat{j}$ , которое разделяется на электрический ток и ток намагниченности (спиновый ток) соответственно:

$$j_e = \text{Tr}(\hat{j}) = 2C_0E(x) - 2D_0\frac{\partial n_0}{\partial x} - 2\vec{D}\frac{\partial \vec{m}}{\partial x}, \quad (1.30)$$

$$\vec{j}_m = \text{Tr}(\vec{\sigma}\hat{j}) = 2\vec{C}E(x) - 2\vec{D}\frac{\partial n_0}{\partial x} - 2D_0\frac{\partial \vec{m}}{\partial x}, \quad (1.31)$$

где векторы  $\vec{C}$  и  $\vec{D}$  связаны с взаимодействием тока с локальной намагниченностью и определяются как  $\vec{C} = \beta C_0 \vec{M}_d$  и  $\vec{D} = \beta' D_0 \vec{M}_d$ ,  $\vec{M}_d$  – единичный вектор вдоль направления локальной намагниченности,  $\beta$  и  $\beta'$  – коэффициенты спиновой поляризации для проводимости и коэффициента диффузии соответственно. Единицы выбраны так, что  $|e| = \mu_B = 1$ , и размерности электрического и магнитного токов совпадают. Используя эти определения и включая слагаемые с зарядовой аккумуляцией  $n_0$  в эффективное электрическое поле  $E(x)$ , уравнение (1.31) записывается в виде:

$$\vec{j}_m = \beta j_e \vec{M}_d - 2D_0 \left[ \frac{\partial \vec{m}}{\partial x} - \beta \beta' \vec{M}_d \left( \vec{M}_d \frac{\partial \vec{m}}{\partial x} \right) \right]. \quad (1.32)$$

Уравнение движения вектора спиновой аккумуляции  $\vec{m}$  в поле локальной намагниченности  $\vec{M}_d$  записывается в виде уравнения Блоха с диффузным членом [24], которое так же называют уравнением непрерывности:

$$\frac{\partial \vec{m}}{\partial t} + \vec{\nabla} \vec{j}_m + \frac{J_{sd}}{\hbar} \left[ \vec{m} \times \vec{M}_d \right] = -\frac{\vec{m}}{\tau_{sf}}, \quad (1.33)$$

где  $J_{sd}$  – интеграл обменного s-d взаимодействия. Третье слагаемое в левой части (1.33) представляет прецессию спиновой аккумуляции в следствие s-d обменного взаимодействия в случае, когда  $\vec{m}$  и  $\vec{M}_d$  неколлинеарны. Подставляя (1.32) в (1.33) получается исходное уравнение движения для вектора спиновой аккумуляции:

$$\frac{1}{2D_0} \frac{\partial \vec{m}}{\partial t} = \Delta \vec{m} - \beta \beta' \vec{M}_d \left( \vec{M}_d \cdot \Delta \vec{m} \right) - \frac{\vec{m}}{\lambda_{sf}^2} - \frac{\left[ \vec{m} \times \vec{M}_d \right]}{\lambda_J^2}, \quad (1.34)$$

где  $\lambda_{sf} = \sqrt{2D_0\tau_{sf}}$ ,  $\lambda_J = \sqrt{2\hbar D_0/J_{sd}}$ . Величину  $\lambda_J$  называют длиной прецессии – среднее расстояние, на котором вектор спиновой аккумуляции  $\vec{m}$  совершил полный оборот вокруг локальной намагниченности  $\vec{M}_d$ .

Уравнение движения вектора локальной намагниченности записывается в виде уравнения Ландау-Лифшица с диссипативным членом в форме Гильберта:

$$\frac{d\vec{M}_d}{dt} = -\gamma_0 \left[ \vec{M}_d \times (\vec{H}_e + J_{sd}\vec{m}) \right] + \alpha \left[ \vec{M}_d \times \frac{d\vec{M}_d}{dt} \right], \quad (1.35)$$

где  $\gamma_0$  – гиromагнитное отношение,  $\alpha$  – коэффициент затухания,  $\vec{H}_e$  – эффективное поле, включающее внешнее магнитное поле, поле магнитокристаллической анизотропии и размагничивающее поле. Добавка  $J_{sd}\vec{m}$  – это магнитное поле, создаваемое спиновой аккумуляцией. Необходимо заметить, что вклад в уравнение (1.35) будет вносить только та составляющая вектора аккумуляции, которая перпендикулярна намагниченности. В связи с этим, уравнение (1.34) можно разделить на две независимых составляющих:

$$\Delta\vec{m}_{\parallel} - \frac{\vec{m}_{\parallel}}{\lambda_{sd}^2} = 0, \quad (1.36)$$

$$\Delta\vec{m}_{\perp} - \frac{\vec{m}_{\perp}}{\lambda_{sf}^2} - \frac{[\vec{m}_{\perp} \times \vec{M}_d]}{\lambda_J^2} = 0, \quad (1.37)$$

где  $\lambda_{sd} = \sqrt{1 - \beta\beta'}\lambda_{sf}$ , измерения которой в Со дают величину порядка 60 нм. При этом  $\lambda_J$ , зависящая от коэффициента диффузии и обменного интеграла  $J_{sd}$  оценивается в 1-3 нм.

Для решения задачи динамики векторов спиновой аккумуляции и локальной намагниченности необходимо совместно решать уравнения (1.34) и (1.35). Поскольку, характерное время для релаксации спиновой аккумуляции –  $\tau_{sf}$  порядка пикосекунд, а для релаксации намагниченности в полях  $\sim 0.1$  Тл –  $\gamma_0^{-1} (\vec{H}_e + J_{sd}\vec{m})^{-1}$  порядка наносекунд, то эти уравнения можно разделить и решать последовательно. То есть, сначала решить (1.34) и найти аккумуляцию  $\vec{m}$ , а затем подставить её значение в (1.35) и получить динамику намагниченности  $\vec{M}_d$ .

Авторы рассмотрели случай переноса спиновой аккумуляции из одного магнитного проводника в другой. Была рассмотрена система из двух толстых магнитных слоёв, разделённых очень тонким проводящим слоем, без учёта интерфейсного рассеяния. Ток направлен перпендикулярно плоскости слоёв. Если ориентировать намагниченности двух магнитных проводников  $\vec{M}_d^{(1)}$  и  $\vec{M}_d^{(2)}$  в плоскости слоёв и определить  $J_{sd}\vec{m}_{\perp} = a [\vec{M}_d^{(2)} \times \vec{M}_d^{(1)}] + b [\vec{M}_d^{(1)} \times \vec{M}_d^{(2)}]$ , тогда (1.35) запишется в виде:

$$\frac{d\vec{M}_d^{(1)}}{dt} = -\gamma_0 \left[ \vec{M}_d^{(1)} \times (\vec{H}_e + b\vec{M}_d^{(2)}) \right] - \gamma_0 a \left[ \vec{M}_d^{(1)} \times [\vec{M}_d^{(2)} \times \vec{M}_d^{(1)}] \right] + \alpha \vec{M}_d^{(1)} \times \frac{d\vec{M}_d^{(1)}}{dt}, \quad (1.38)$$

где  $a$  и  $b$  – феноменологические параметры, зависящие от силы тока и геометрических особенностей мультислойной системы. Из уравнения (1.38) можно увидеть два влияющих на намагниченность  $\vec{M}_d^{(1)}$  фактора, связанных с переносом спина: член, пропорциональный  $b [\vec{M}_d^{(1)} \times \vec{M}_d^{(2)}]$  – так называемый “полевой” или “перпендикулярный” торк и  $a [\vec{M}_d^{(1)} \times [\vec{M}_d^{(2)} \times \vec{M}_d^{(1)}]]$  – “параллельный” торк или “торк Слончевского”, названный по имени Джона Слончевского, который впервые представил его в своей работе [21]. Решение в

описанном приближении даёт выражения для параметров  $a$  и  $b$ :

$$a = \frac{\hbar j_e a_0^3}{\sqrt{2}|e|\mu_B \lambda_J} \left( \frac{1 - \cos \xi e^{-\xi}}{\xi} \right), \quad (1.39)$$

$$b = \frac{\hbar j_e a_0^3}{\sqrt{2}|e|\mu_B \lambda_J} \left( \frac{\sin \xi e^{-\xi}}{\xi} \right), \quad (1.40)$$

где  $\xi = t_F/(\sqrt{2}\lambda_J)$ ,  $a_0$  – параметр решётки. Расчёт этих параметров в случае  $t_F = 25\text{ \AA}$ ,  $\lambda_J = 20\text{ \AA}$ ,  $a_0 = 2\text{ \AA}$ ,  $j_e = 10^{11}\text{ A/m}^2$  даёт значения  $a = -1056$  Э и  $b = 457$  Э.

В 2011 году авторы одной из работ [25] использовали результаты работы Жанга-Леви-Ферта и записали выражения для токов (1.30) и (1.31) в трёхмерном случае при условии  $\beta = \beta'$ :

$$\vec{j}^e = 2C_0 \vec{\nabla} \tilde{\varphi} - \frac{2\beta C_0}{|e|N(E_F)} (\vec{u}_M \cdot \vec{\nabla} \vec{m}), \quad (1.41)$$

$$\hat{j}^m = \frac{2\beta C_0}{|e|} (\vec{u}_M \otimes \vec{\nabla} \tilde{\varphi}) - \frac{2C_0}{e^2 N(E_F)} \vec{\nabla} \vec{m}, \quad (1.42)$$

где  $\vec{u}_M$  – единичный вектор локальной намагниченности. Уравнение непрерывности электрического тока записывается в виде:

$$\vec{\nabla} \vec{j}^e = 0, \quad (1.43)$$

а спинового тока в виде (1.33):

$$\vec{\nabla} \hat{j}^m = \frac{2C_0}{e^2 N(E_F)} \left( \frac{[\vec{m} \times \vec{u}_M]}{\lambda_J^2} + \frac{\vec{m}}{\lambda_{sf}^2} \right), \quad (1.44)$$

где  $\lambda_J = \sqrt{2\hbar D_0/J_{sd}}$ ,  $\lambda_{sf} = \sqrt{(1 - \beta^2)2D_0\tau_{sf}}$ . Последнее уравнение можно разделить на три для каждого из компонент в спиновом пространстве. Уравнения (2.5) и (1.44) представляют из себя дифференциальные уравнения в частных производных, которые можно численно решить в произвольной системе, например, с применением метода конечных элементов.

Размерность электрического тока (1.41) в единицах СИ: А/м<sup>2</sup>, а размерность спинового тока (1.42): (м<sup>2</sup>·сек)<sup>-1</sup>. Размерность вектора спиновой аккумуляции в единицах СИ: м<sup>-3</sup>. Для пересчёта спиновой аккумуляции в эффективное поле, которое действует на локальную намагниченность можно использовать выражение:

$$H_{m_i} = \frac{2C_0 \hbar a_0^3}{e^2 N(E_F) \mu_B \lambda_J^2} m_i. \quad (1.45)$$

# Глава 2

## Теоретическая модель

Задачей численного моделирования эксперимента [16] является получение распределений потенциала  $\varphi(\vec{r})$  и вектора спиновой аккумуляции  $\vec{m}(\vec{r})$  в объеме заданной гетероструктуры. Для решения систем дифференциальных уравнений использовался метод конечных элементов в среде моделирования COMSOL Multiphysics®.

### 2.1 Система транспортных диффузных уравнений

Для поиска решения необходимо записать уравнения в каждой из областей и задать граничные условия. Для слоя платины, где присутствует сильное спин-орбитальное взаимодействие и имеет место СЭХ, выражения для компонент электрического тока имеют вид (1.6) с переопределёнными параметрами:

$$\begin{aligned} j_x^e &= -\sigma \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial x} - \frac{\sigma_{SH}}{|e|N(E_F)} \left( \frac{\partial m_z}{\partial y} - \frac{\partial m_y}{\partial z} \right), \\ j_y^e &= -\sigma \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial y} - \frac{\sigma_{SH}}{|e|N(E_F)} \left( \frac{\partial m_x}{\partial z} - \frac{\partial m_z}{\partial x} \right), \\ j_z^e &= -\sigma \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial z} - \frac{\sigma_{SH}}{|e|N(E_F)} \left( \frac{\partial m_y}{\partial x} - \frac{\partial m_x}{\partial y} \right), \end{aligned} \quad (2.1)$$

где переопределённые параметры:  $\sigma = |e|\mu n$ ,  $\vec{\nabla}\tilde{\varphi} = -\vec{E} - \vec{\nabla}n/(eN(E_F))$ ,  $\sigma_{SH} = \gamma\sigma$  и  $\vec{m} = \vec{P}$ . Для спинового тока выражение (1.7) так же запишем с переопределением параметров для трёх компонент в спиновом пространстве:

$$\begin{aligned} j_x^{m_x} &= -\frac{\sigma}{e^2 N(E_F)} \frac{\partial m_x}{\partial x}, \\ j_y^{m_x} &= -\frac{\sigma}{e^2 N(E_F)} \frac{\partial m_x}{\partial y} + \frac{\sigma_{SH}}{|e|} \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial z}, \\ j_z^{m_x} &= -\frac{\sigma}{e^2 N(E_F)} \frac{\partial m_x}{\partial z} - \frac{\sigma_{SH}}{|e|} \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial x}, \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} j_x^{m_y} &= -\frac{\sigma}{e^2 N(E_F)} \frac{\partial m_y}{\partial y} - \frac{\sigma_{SH}}{|e|} \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial z}, \\ j_y^{m_y} &= -\frac{\sigma}{e^2 N(E_F)} \frac{\partial m_y}{\partial x}, \\ j_z^{m_y} &= -\frac{\sigma}{e^2 N(E_F)} \frac{\partial m_y}{\partial y} + \frac{\sigma_{SH}}{|e|} \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial x}, \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned}
j_x^{m_z} &= -\frac{\sigma}{e^2 N(E_F)} \frac{\partial m_z}{\partial x} + \frac{\sigma_{SH}}{|e|} \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial y}, \\
j_y^{m_z} &= -\frac{\sigma}{e^2 N(E_F)} \frac{\partial m_z}{\partial y} - \frac{\sigma_{SH}}{|e|} \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial x}, \\
j_z^{m_z} &= -\frac{\sigma}{e^2 N(E_F)} \frac{\partial m_z}{\partial z}.
\end{aligned} \tag{2.4}$$

Уравнение непрерывности электрического тока имеет привычный вид:

$$\vec{\nabla} \vec{j}^e = 0, \tag{2.5}$$

где вектор электрического тока определяется выражениями (2.1). Уравнения непрерывности для трёх компонент спинового тока имеют вид (1.8) в стационарном состоянии  $\partial \vec{m} / \partial t = 0$ :

$$\vec{\nabla} j^{m_i} = -\frac{\sigma}{e^2 N(E_F)} \frac{m_i}{\lambda_{sf}^2}, \tag{2.6}$$

где  $\lambda_{sf} = \sqrt{D\tau_{sf}}$ .

Для магнитного материала выражения для токов и уравнения непрерывности запишем в виде (1.41)-(1.44):

$$\begin{aligned}
j_x^e &= -\sigma \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial x} - \frac{\beta\sigma}{|e|N(E_F)} M_x \left( \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y} + \frac{\partial m_z}{\partial z} \right), \\
j_y^e &= -\sigma \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial y} - \frac{\beta\sigma}{|e|N(E_F)} M_y \left( \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y} + \frac{\partial m_z}{\partial z} \right), \\
j_z^e &= -\sigma \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial z} - \frac{\beta\sigma}{|e|N(E_F)} M_z \left( \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y} + \frac{\partial m_z}{\partial z} \right),
\end{aligned} \tag{2.7}$$

где  $\vec{M}$  – вектор локальной намагниченности. Выразим компоненты спиновых токов:

$$\begin{aligned}
j_x^{m_x} &= -\frac{\beta\sigma}{|e|} M_x \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial x} - \frac{\sigma}{e^2 N(E_F)} \frac{\partial m_x}{\partial x}, \\
j_y^{m_x} &= -\frac{\beta\sigma}{|e|} M_x \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial y} - \frac{\sigma}{e^2 N(E_F)} \frac{\partial m_x}{\partial y}, \\
j_z^{m_x} &= -\frac{\beta\sigma}{|e|} M_x \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial z} - \frac{\sigma}{e^2 N(E_F)} \frac{\partial m_x}{\partial z},
\end{aligned} \tag{2.8}$$

$$\begin{aligned}
j_x^{m_y} &= -\frac{\beta\sigma}{|e|} M_y \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial x} - \frac{\sigma}{e^2 N(E_F)} \frac{\partial m_y}{\partial x}, \\
j_y^{m_y} &= -\frac{\beta\sigma}{|e|} M_y \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial y} - \frac{\sigma}{e^2 N(E_F)} \frac{\partial m_y}{\partial y}, \\
j_z^{m_y} &= -\frac{\beta\sigma}{|e|} M_y \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial z} - \frac{\sigma}{e^2 N(E_F)} \frac{\partial m_y}{\partial z},
\end{aligned} \tag{2.9}$$

$$\begin{aligned}
j_x^{m_z} &= -\frac{\beta\sigma}{|e|} M_z \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial x} - \frac{\sigma}{e^2 N(E_F)} \frac{\partial m_z}{\partial x}, \\
j_y^{m_z} &= -\frac{\beta\sigma}{|e|} M_z \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial y} - \frac{\sigma}{e^2 N(E_F)} \frac{\partial m_z}{\partial y}, \\
j_z^{m_z} &= -\frac{\beta\sigma}{|e|} M_z \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial z} - \frac{\sigma}{e^2 N(E_F)} \frac{\partial m_z}{\partial z}.
\end{aligned} \tag{2.10}$$

Уравнения непрерывности для компонент электрического тока такое же как и (2.5), а для компонент спинового тока имеют вид:

$$\vec{\nabla} \vec{j}^{m_i} = -\frac{\sigma}{e^2 N(E_F)} \left( \frac{m_i}{\lambda_{sf}^2} + \frac{[\vec{M} \times \vec{m}]_i}{\lambda_J^2} \right), \quad (2.11)$$

где  $\lambda_J = \sqrt{\hbar D / J_{sd}}$ .

Решение дифференциальных уравнений (2.5), (2.6) и (2.11) приведёт к определению иско-мых величин – потенциала  $\varphi$  и вектора спиновой аккумуляции  $\vec{m} = (m_x, m_y, m_z)$  в любой точке заданной системы.

## 2.2 Гетероструктура Cu/Pt/Co и граничные условия

Для численного моделирования выберем такое же направление осей как и на рисунке 1.3. Возьмём платиновую пластинку и присоединим к ней токоподводящие электроды из меди (рис. 2.1). Сверху, на платиновую пластинку положим пластинку из кобальта. Уравнения в

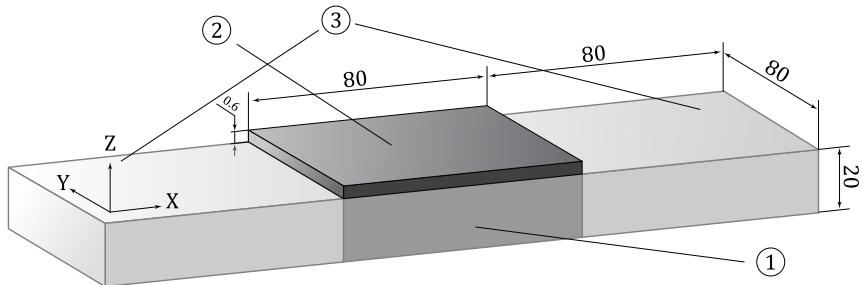


Рис. 2.1: Схема гетероструктуры Cu/Pt/Co. Размеры указаны в нанометрах. 1 – пла-стинка Pt, 2 – магнитная пластина Co, 3 – токоподводящие электроды Cu. Ток про-текает вдоль оси ОХ.

токоподводящих слоях меди совпадают с уравнениями в слое Pt при  $\sigma_{SH} = 0$ .

В качестве граничных условий выбрали равенство нулю потенциала  $\varphi$  на левой границе левого электрода Cu и задали ток, проходящий через поперечное сечение правой границы правого электрода Cu  $j_x^e = -\sigma_{Cu} \partial \varphi / \partial x = 10^7 \text{ A/cm}^2$ . На этих же границах поставили условие равенства нулю всех компонент спинового тока  $\vec{j}^{m_i}$ . На остальных границах должно соблю-ваться условие равенства нулю нормальной компоненты как электрического так и спиновых токов.

Таблица 2.1: Параметры материалов

Параметр	Cu	Pt	Co
$\sigma (\Omega^{-1} \cdot \text{nm}^{-1})$	0.05	0.01	0.005
$\lambda_{sf} (\text{nm})$	40	10	50
$\lambda_J (\text{nm})$	-	-	1
$\sigma_{SH} (\Omega^{-1} \cdot \text{nm}^{-1})$	-	0.001	-
$\beta$	-	-	0.7

Значения проводимости и спин-диффузационной длины для заданных материалов были взяты из экспериментальных работ [26] и [27]. Значение угла СЭХ в Pt было выбрано равным  $\gamma = 0.1$  [2], и проводимость  $\sigma_{SH} = 0.1 \sigma_{Pt}$ . Значения всех параметров приведены в таблице 2.1.

# Глава 3

## Результаты моделирования

### 3.1 Распределение спиновой аккумуляции вдоль оси OZ

Расчёт распределения вектора спиновой аккумуляции (1.10) из уравнений Дьяконова и Переля показывает, что аккумуляция сконцентрирована вблизи границы в слое толщиной  $\lambda_{sf}$ . Если рассмотреть уединённую платиновую пластинку с протекающим по ней током, то чис-

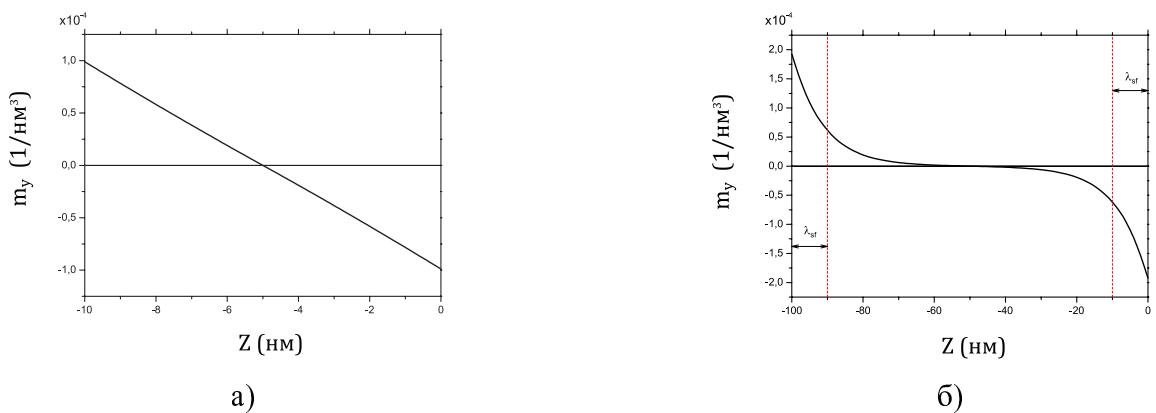


Рис. 3.1: Распределение у-компоненты спиновой аккумуляции  $m_y$  вдоль оси OZ в центре пластины Pt при её толщине **а)** 10 нм и **б)** 100 нм.  $\lambda_{sf} = 10$  нм.

ленный расчёт в рамках нашей модели подтверждает этот результат. На рисунке 3.1 можно

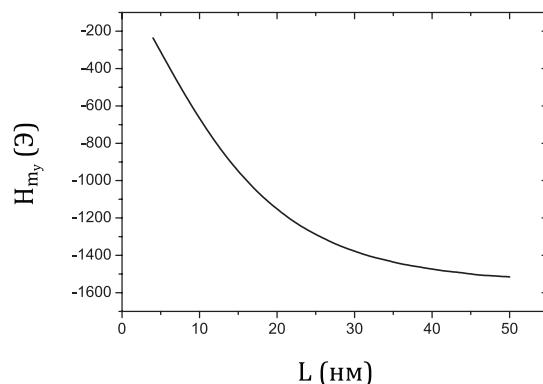


Рис. 3.2: Зависимость эффективного магнитного поля, создаваемого у-компонентой спиновой аккумуляции внутри пластиинки Co.  $\vec{M} = (0, 0, 1)$ ,  $\lambda_{sf} = 10$  нм.

видеть зависимость величины у-компоненты спиновой аккумуляции  $m_y$  от координаты  $z$  в центре платиновой пластиинки. Если толщина слоя сравнима со спин-диффузионной длинной  $\lambda_{sf}$ , то эта зависимость линейна (а). Если толщина много больше  $\lambda_{sf}$ , то аккумуляция концентрируется вблизи границ (б). Можно заметить, что абсолютная величина  $m_y$  на границе увеличивается с ростом толщины Pt, а, следовательно, будет расти и величина торка в магнитном слое Co. На рисунке 3.2 приведена зависимость среднего эффективного магнитного поля, рассчитанного по формуле (1.45) и действующего на намагниченность  $\vec{M}$  вблизи границы Co/Pt. Из рисунка видно, что при толщине  $L \approx 4\lambda_{sf}$  абсолютное значение поля практически перестаёт увеличиваться. Это означает, что для получения наибольшего значения торка, оптимальная толщина слоя с СЭХ порядка  $4\lambda_{sf}$ .

### 3.2 Угловая зависимость торков от $\theta$ при $\varphi = 0$

Моделирование случая, изображённого на рисунке 1.3б даёт угловую зависимость эффективных полей, представленную на рисунке 3.3. Можно заметить, что максимальные значения

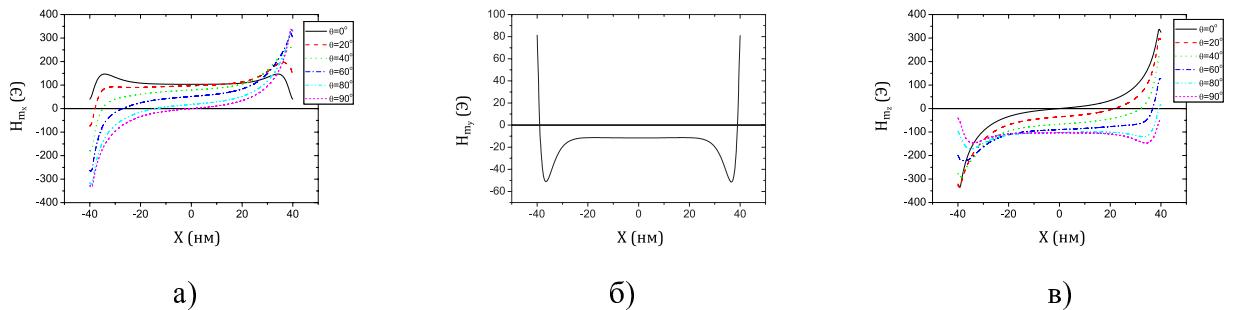


Рис. 3.3: Зависимости эффективных полей, создаваемых спиновой аккумуляцией от координаты  $x$  вблизи интерфейса Co/Pt для различных углов  $\theta$  при  $\varphi = 0$ .

полей образуются на границах слоя Co при  $\theta = 0$  для  $m_z$  и при  $\theta = 90^\circ$  для  $m_x$ . Но, средние

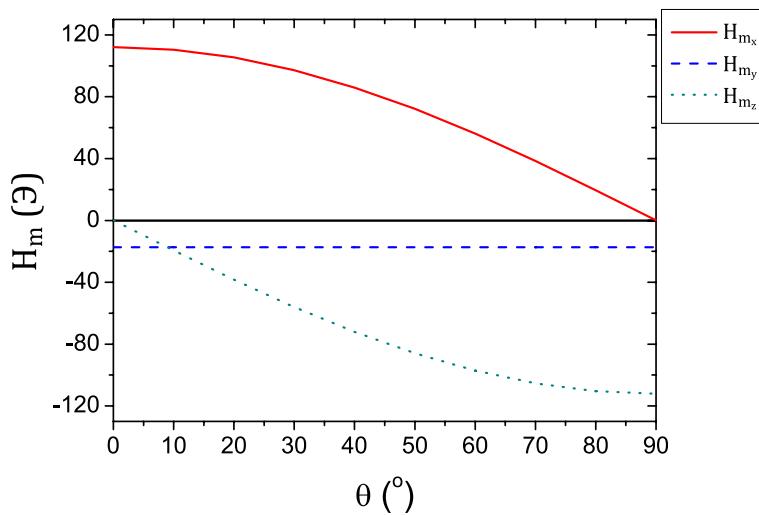


Рис. 3.4: Зависимость усреднённых значений эффективных полей, создаваемых спиновой аккумуляцией от угла  $\theta$  при  $\varphi = 0$ .

значения этих полей при этом равны нулю. Если придерживаться приближения “макроспин”,

то на намагнченность будет влиять некая средняя по всему объёму Со величина эффективного поля. Значения этих усреднённых полей приведены на рисунке 3.4.

Для нахождения торка необходимо умножить векторно намагнченность на вектор спиновой аккумуляции  $\vec{T} \sim [\vec{M} \times \vec{m}]$ . В выбранной геометрии (рис. 1.3б)  $T_y$  компонента торка будет совпадать с торком Слончевского  $T^{\parallel}$  и его значение будет равно:

$$T^{\parallel} = H_{m_x} \cos \theta - H_{m_z} \sin \theta. \quad (3.1)$$

На рисунке 3.5 можно увидеть экспериментальную зависимость  $B^{\parallel} \sim T^{\parallel}$  от угла  $\theta$  и результат нашего моделирования этой же зависимости. Как видно из графика 3.5б рассчитан-

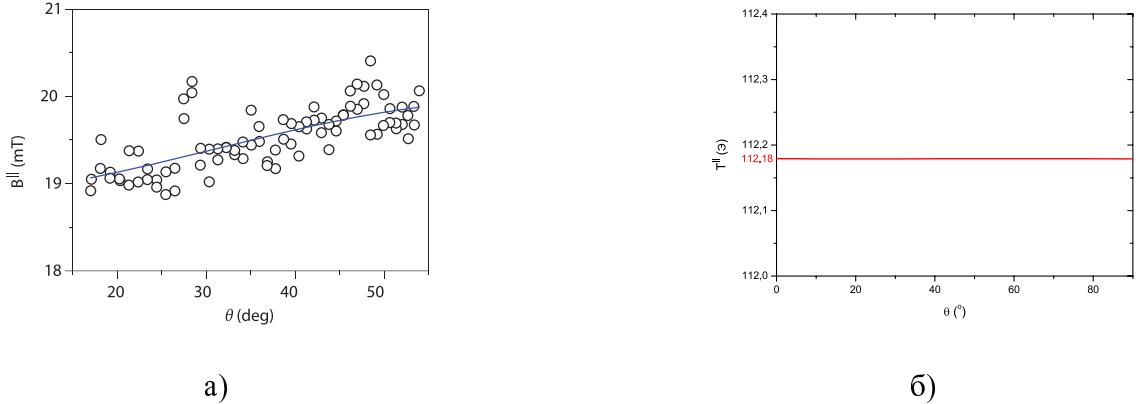


Рис. 3.5: **а)** Измерение эффективного поля торка  $T^{\parallel}$  в зависимости от угла  $\theta$  [16].  $T_0^{\parallel} = 190 \pm 5$  Э,  $T_2^{\parallel} = 20 \pm 10$  Э. **б)** Результат моделирования зависимости  $T^{\parallel}$  от угла  $\theta$ .  $T_0^{\parallel} = 112.18$  Э,  $T_2^{\parallel} = 0$  Э.

ный торк не зависит от угла, то есть в выражении (1.12) отличен от нуля только  $T_0^{\parallel}$ , значение которого равно  $T_0^{\parallel} = 112.18$  Э. При этом эксперимент определяет эту величину как  $190 \pm 5$  Э.

### 3.3 Угловая зависимость торков от $\theta$ при $\varphi = 90^\circ$

Моделирование случая, изображённого на рисунке 1.3в даёт угловую зависимость эффективных полей, представленную на рисунке 3.6. Так же как и в случае  $\varphi = 0$  построим значения

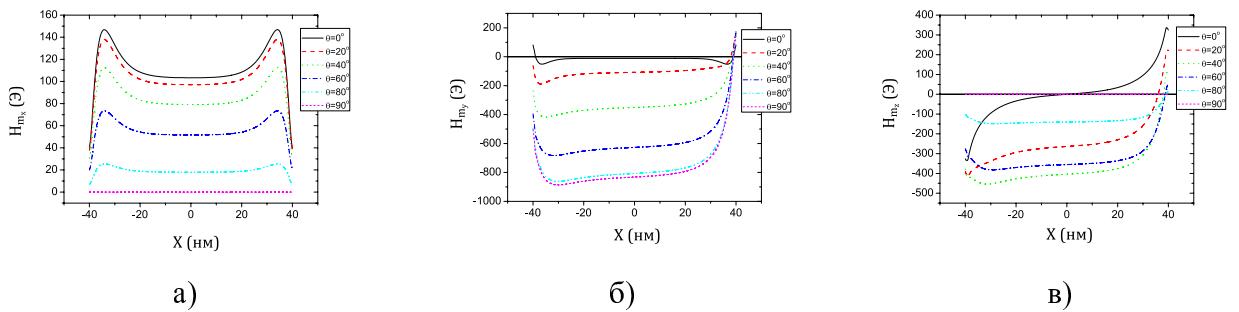


Рис. 3.6: Зависимости эффективных полей, создаваемых спиновой аккумуляцией от координаты  $x$  вблизи интерфейса Co/Pt для различных углов  $\theta$  при  $\varphi = 90^\circ$ .

усреднённых по всему объёму Со полей. Результат приведён на рисунке 3.7.

В выбранной геометрии (рис. 1.3в)  $T_x$  компонента торка будет совпадать с полевым торком  $T^{\perp}$  и его значение будет равно:

$$T^{\perp} = H_{m_z} \sin \theta - H_{m_y} \cos \theta. \quad (3.2)$$

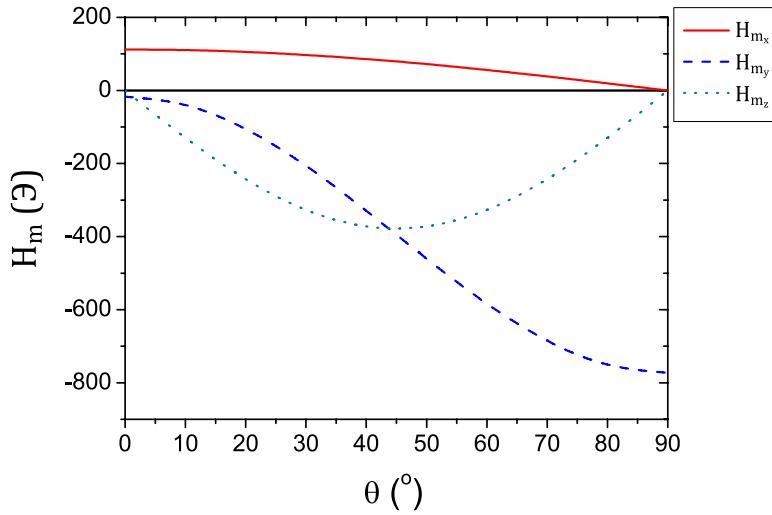


Рис. 3.7: Зависимость усреднённых значений эффективных полей, создаваемых спиновой аккумуляцией от угла  $\theta$  при  $\varphi = 90^\circ$ .

На рисунке 3.8 можно увидеть экспериментальную зависимость  $-B^\perp / \cos \theta \sim T^\perp$  от угла  $\theta$  и результат нашего моделирования этой же зависимости. Как видно из графика 3.8б рас-

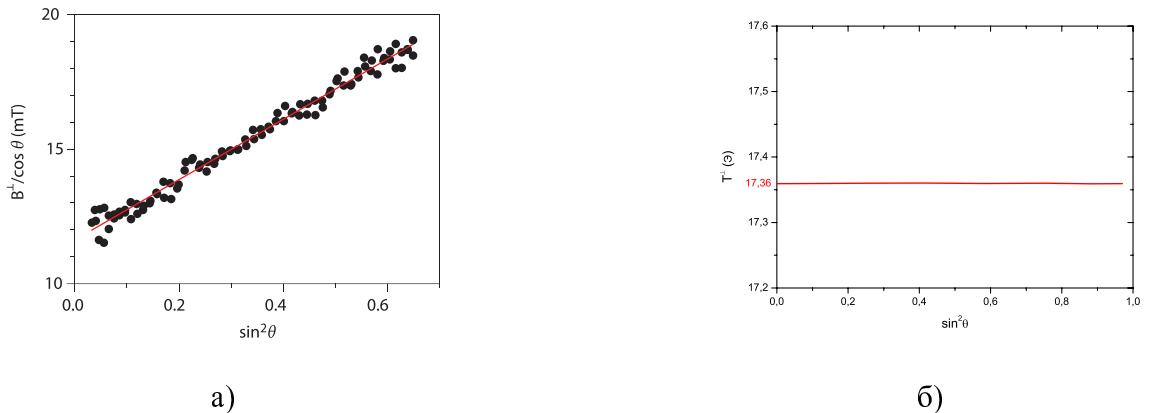


Рис. 3.8: **а)** Измерение эффективного поля торка  $T^\perp$  в зависимости от угла  $\theta$  [16].  $T_0^\perp = -110 \pm 7$  Э,  $T_2^\perp = -112 \pm 6$  Э. **б)** Результат моделирования зависимости  $T^\perp$  от угла  $\theta$ .  $T_0^\perp = -17.36$  Э,  $T_2^\perp = 0$  Э.

считанный торк не зависит от угла, то есть в выражении (1.11) отличен от нуля только  $T_0^\perp$ , значение которого равно  $T_0^\perp = -17.36$  Э. При этом эксперимент определяет эту величину как  $-110 \pm 7$  Э.

## 3.4 Выводы

Из результатов, полученных в процессе выполнения данной работы можно сделать следующие выводы:

- СЭХ можно использовать для управления намагниченностью в смежном магнитном слое, так как величины индуцированных полей торков составляют порядка сотен Эр-

стед, что соответствует коэрцитивной силе материалов, из которых изготавливается свободный слой ячейки MRAM.

2. Описанная в данной работе теоретическая модель является линейной по отношению как к силе протекающего через систему электрического тока так и к ориентации намагниченности магнитного материала. В то время как эксперимент показывает нелинейный характер этих зависимостей. Следовательно, необходимо дополнительно учитывать нелинейные члены в выражениях (1.6) и (1.7)  $\beta[\vec{E} \times \vec{P}]$  и  $-\mu E_i P_i$  соответственно. Несмотря на это, данную модель можно использовать для получения качественных и количественных оценок в магнитных наногетероструктурах с СЭХ.
3. Для достижения максимального эффекта следует выбирать оптимальную толщину слоя с СЭХ порядка  $4\lambda_{sf}$ , где  $\lambda_{sf}$  – спин-диффузационная длина в данном материале.
4. Для получения большего соответствия результатов моделирования результатам эксперимента следует полностью соблюсти все размеры системы, а не только толщину слоёв (в направлении оси OZ). В данной работе были выбраны меньшие значения ширины и длины пластинок (80 нм) по сравнению с экспериментальной работой (1000 нм) по причине ограниченного количества оперативной памяти на ЭВМ. При выбранных наими размерах достаточно сильно сказывается влияние граничных эффектов на средние значения полей торков.
5. Для ещё более точного соответствия реальной физической картине эффекта необходимо отказаться от использования “макроспин” приближения и учесть неоднородность распределения намагниченности в слое Со  $M(\vec{r})$ .

# Список литературы

1. Dyakonov M. I., Perel V. I. Current-induced spin orientation of electrons in semiconductors // Phys. Lett. A. 1971. Т. 35. С. 459–460.
2. Observation of the Spin Hall Effect in Semiconductors / Y. K. Kato, R. C. Myers, A. C. Gossard [и др.] // Science. 2004. Т. 306. С. 1910–1913.
3. Experimental Observation of the Spin-Hall Effect in a Two-Dimensional Spin-Orbit Coupled Semiconductor System / J. Wunderlich, B. Kaestner, J. Sinova [и др.] // Phys. Rev. Lett. 2005. Feb. Т. 94. С. 047204.
4. Ведяев А. В., Котельникова О. А., Рыжанова Н. В. Спин- зависящий транспорт в магнитныхnanoструктурах. Издательство московского университета, 2012.
5. Hall E. H. On a New Action of the Magnet on Electric Currents // American Journal of Mathematics. 1879. Т. 2, № 3. С. 287–292.
6. Hall E. H. On the new action of magnetism on a permanent electric current // Philosophical Magazine. 1880. November. Т. 10, № 63. С. 301–328.
7. Pugh E. M., Lippert T. W. Hall e.m.f. and Intensity of Magnetization // Phys. Rev. 1932. Dec. Т. 42. С. 709–713.
8. Karplus Robert, Luttinger J. M. Hall Effect in Ferromagnetics // Phys. Rev. 1954. Sep. Т. 95. С. 1154–1160.
9. Smit J. The spontaneous hall effect in ferromagnetics I // Physica. 1955. Т. 21. С. 877–887.
10. Smit J. The spontaneous hall effect in ferromagnetics II // Physica. 1958. Т. 24. С. 39–51.
11. Berger L. Side-Jump Mechanism for the Hall Effect of Ferromagnets // Phys. Rev. B. 1970. Dec. Т. 2. С. 4559–4566.
12. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. Теоретическая физика, том II. Москва: Наука, 1988. Т. 2.
13. Hirsch J. E. Spin Hall Effect // Phys. Rev. Lett. 1999. Aug. Т. 83, № 9. С. 1834–1837.
14. Dyakonov M. I. Magnetoresistance due to Edge Spin Accumulation // Phys. Rev. Lett. 2007. Sep. Т. 99. С. 126601.
15. Giant spin Hall effect in perpendicularly spin-polarized FePt/Au devices / Takeshi Seki, Yu Hasegawa, Seiji Mitani [и др.] // Nat Mater. 2008. 02. Т. 7, № 2. С. 125–129.
16. Symmetry and magnitude of spin-orbit torques in ferromagnetic heterostructures / Kevin Garello, Ioan Mihai Miron, Can Onur Avci [и др.] // Nature Nanotechnology. 2013. July. Т. 8. С. 587–593.

17. Mott N. F. The Electrical Conductivity of Transition Metals // Proc. R. Soc. Lond. A. 1936. Ferbruary. T. 153. C. 699–717.
18. Fert A., Campbell I. A. Two-Current Conduction in Nickel // Phys. Rev. Lett. 1968. Oct. T. 21. C. 1190–1192.
19. van Son P. C., van Kempen H., Wyder P. Boundary Resistance of the Ferromagnetic-Nonferromagnetic Metal Interface // Phys. Rev. Lett. 1987. May. T. 58. C. 2271–2273.
20. Valet T., Fert A. Theory of the perpendicular magnetoresistance in magnetic multilayers // Phys. Rev. B. 1993. Sep. T. 48. C. 7099–7113.
21. Slonczewski J.C. Current-driven excitation of magnetic multilayers // J. Magn. Magn. Mater. 1996. June. T. 159. C. L1–L7.
22. Berger L. Emission of spin waves by a magnetic multilayer traversed by a current // Phys. Rev. B. 1996. Oct. T. 54. C. 9353–9358.
23. Zhang S., Levy P. M., Fert A. Mechanisms of Spin-Polarized Current-Driven Magnetization Switching // Phys. Rev. Lett. 2002. May. T. 88. C. 236601.
24. Johnson Mark, Silsbee R. H. Coupling of electronic charge and spin at a ferromagnetic-paramagnetic metal interface // Phys. Rev. B. 1988. Apr. T. 37. C. 5312–5325.
25. Spin-current vortices in current-perpendicular-to-plane nanoconstricted spin valves / N. Strelkov, A. Vedyayev, N. Ryzhanova [и др.] // Phys. Rev. B. 2011. Jul. T. 84. C. 024416.
26. Measurement of resistance and spin-memory loss (spin relaxation) at interfaces using sputtered current perpendicular-to-plane exchange-biased spin valves / Wanjun Park, David V. Baxter, S. Steenwyk [и др.] // Phys. Rev. B. 2000. Jul. T. 62. C. 1178–1185.
27. Bass Jack, Jr William P Pratt. Spin-diffusion lengths in metals and alloys, and spin-flipping at metal/metal interfaces: an experimentalist's critical review // Journal of Physics: Condensed Matter. 2007. T. 19, № 18. C. 183201.